СЕМИНАР ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТОПОЛОГИИ

к.ф.-м.н. С.А. Мелихов
член-корр. РАН Е.В. Щепин

Топология — это наука о свойствах, инвариантных при гомеоморфизме и его стандартных вариациях (диффеоморфизм, кусочно-линейный гомеоморфизм, гомеоморфизм пар, послойный гомеоморфизм и т.п.). Геометрическая топология ограничивается рассмотрением пространств, доступных геометрической интуиции (например, подмножеств евклидовых пространств $\mathbf{R}^n$) и исходит из элементарных вопросов, имеющих наглядный геометрический смысл. При этом методы, которыми решаются эти вопросы, могут быть далеки от элементарных и могут залезать глубоко в другие науки (алгебраическую топологию, теорию групп, алгебраическую K-теорию, общую топологию, метрическую геометрию, теорию представлений, функциональный анализ и т.д.).

Для иллюстрации вот пять давних нерешённых проблем геометрических топологии с короткими формулировками:

- Проблема Шёнфлиса: можно ли 3-мерную сферу кусочно-линейно (или гладко) заузлить в $\mathbf{R}^4$?
- Проблема Ролфсена: всякий ли узел (=вложение из окружности в $\mathbf{R}^3$) изотопен (=гомотопен в классе узлов) тривиальному узлу?
- Проблема Фенна: всякий ли 2-мерный стягиваемый конечный симплициальный комплекс кусочно-линейно вложим в $\mathbf{R}^4$?
- Проблема Борсука: всякое ли n-мерное стягиваемое, локально стягиваемое компактное метрическое пространство вложимо в $\mathbf{R}^{2n}$?
- Проблема Гильберта–Смита: существует ли свободное действие группы целых p-адических чисел на каком-нибудь многообразии?