Методы аналитической теории чисел: круговой метод

к.ф.-м.н. Марис Евгеньевич Чанга

Предлагаемый полугодовой курс посвящен изложению так называемого кругового метода или метода Харди-Литтлвуда. Круговой метод является мощным орудием решения аддитивных задач, то есть задач нахождения асимптотических формул для количества представлений натурального N суммой чисел, принадлежащих заданным множествам. Суть метода заключается в выражении упомянутого количества представлений через специальный интеграл и последующем разбиении отрезка интегрирования на два множества, причем первое состоит из окрестностей точек, в которых подынтегральная функция принимает большие значения, и соответствующий интеграл затем вычисляется асимптотически, интеграл же по второму множеству оценивается сверху. Мы рассмотрим классическую задачу о количестве разбиений натурального числа, которой мы обязаны рождением кругового метода, и тернарную проблему Гольдбаха, в решении которой метод предстает уже вполне оформленным. На семинарских занятиях будет рассмотрен целый ряд задач, позволяющий слушателям вполне овладеть круговым методом и применять его в самостоятельной работе.

Программа курса

1. Модулярные преобразования. Функция Дедекинда.
2. Задача о количестве разбиений. Формула Радемахера.
3. Тернарные аддитивные задачи. Проблема Гольдбаха.
4. Оценки среднего значения модуля тригонометрических сумм.