РИМАНОВЫ ПОВЕРХНОСТИ И ПРИЛОЖЕНИЯ

А. Б. Богатырев

Истоки теории римановых поверхностей можно отнести к исследованиям (Валлис, Бернулли) эллиптических интегралов еще в 17 веке. Несмотря на почтенный возраст, эта наука далека от стагнации, что можно объяснить ее многочисленными приложениями.

Сегодня приложения римановых поверхностей возникают в совершено неожиданных местах и включают как саму математику (нелинейная динамика, оптимизация, комбинаторика, минимальные поверхности), так и теоретическую физику (конформная теория поля, теория струн, матричные модели), инженерное дело (обработка сигналов, кодирование; двумерные модели нефтедобычи и роста кристаллов) и даже медицину (параметризация коры головного мозга) и экономику. Такую универсальность проявлений теории можно объяснить богатой и эффективно реализуемой теорией функций, связанных с римановыми поверхностями и семействами таковых.

Лекции расчитаны на студентов 3–6 курсов (математиков и физиков), знакомых с основами ТФКП. Примерный план лекций (будет адаптирован под слушателей):

1) Обзор приложений.
2) Топология и комбинаторика поверхностей.
3) Конформные (комплексные) структуры на поверхности. Квазиконформные отображения.
4) Стандартные модели римановых поверхностей.
5) Математический анализ на поверхности.
6) Основные теоретико-функциональные объекты.
7) Теоремы существования для абелевых дифференциалов.
8) Билинейные соотношения Римана и их следствия.
9) Теорема Римана–Роха и ее приложения.
10) Линейные расслоения, якобиан, тэта-функции, эффективное представление геометрических объектов.
11) Униформизация, модель Шоттки и вычисления в ней.

Литература:

1) Г. Фаркаш, И. Кра, *Римановы поверхности*, Шпрингер, 1980.
2) Дж. Фэй, *Тэта-функции на римановых поверхностях*, Шпрингер, 1973.
3) Д. Мамфорд, *Лекции о тэта-функциях*, Мир, 1984.
4) Б. А. Дубровин, *Римановы поверхности и нелинейные уравнения*, РХД, 2001.
5) Е. Д. Белоколос, А. И. Бобенко, В. З. Энольский, А. Р. Итс, В. Б. Матвеев, *Алгебро-геометрический подход к нелинейным интегрируемым уравнениям*, Шпрингер, 1994.