МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ИНФОРМАТИКИ

Программа курса лекций А. С. Холево

Квантовая информатика -- новая дисциплина, которая изучает общие закономерности передачи, хранения и преобразования информации в системах, подчиняющихся законам квантовой механики. Квантовая информатика использует математический аппарат матричного и операторного анализа, некоммутативной теории вероятностей для исследования потенциальных возможностей таких систем. Немаловажным попутным результатом является существенное прояснение логической структуры квантовой механики, ее оснований и соотношения с реальностью. Необычные возможности квантовых систем передачи и преобразования информации проиллюстрированы на примерах сверхплотного кодирования, квантовой телепортации, квантовых протоколов распределения секретного ключа и эффективных квантовых алгоритмов. Рассматриваются энтропийные и информационные характеристики квантовых систем. Обсуждается понятие квантового канала связи, его классическая и квантовая пропускные способности, а также передача классической информации с помощью сцепленного состояния.

В лекциях приведены необходимые сведения из классической теории информации и дается подробное введение в статистическую структуру квантовой теории, поэтому для их понимания достаточно владения основными общематематическими дисциплинами. Настоящий курс лекций осуществляется в рамках сотрудничества с Российским Квантовым Центром.

Гл 1. Статистическая модель квантовой системы

Классические и квантовые системы

Гильбертово пространство

1.3 Операторы

1.4 Выпуклость. Теорема Каратеодори

1.5 Квантовые состояния

1.6 Квантовые наблюдаемые. Функции от наблюдаемой

1.7 Двухуровневые системы. Квантовый бит (q-бит)

1.8 Совместимые наблюдаемые

1.9 Соотношение неопределенностей

1.10 Последовательные измерения

1.11 Обратимые эволюции

Гл. 2 Составные квантовые системы

2.1 Классические и квантовые корреляции

2.2 Тензорное произведение гильбертовых пространств

2.3 Разложение Шмидта и очищение состояния

2.4 Два q-бита

2.5 Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена. Неравенство Белла

2.6 Квантовая псевдотелепатическая игра

Гл. 3 Квантовые информационные протоколы

3.1 Квантовое состояние как информационный ресурс

3.2 Сверхплотное кодирование

3.3 Телепортация квантового состояния

3.4 Квантовые алгоритмы

3.5 Квантовые коды, исправляющие ошибки

3.6 Квантовая криптография

Гл. 4 Квантовые измерения и разложения единицы

4.1 Статистический анализ понятия «наблюдаемая»

4.2 Экстремальные наблюдаемые

4.3 Переполненные системы векторов

4.4 Переполненные системы для q-бита

4.5 Томография квантового состояния
4.6 Теорема Наймарка
4.7 Оптимальное различение квантовых состояний

Гл. 5 Классически-квантовые каналы связи
5.1 Классическая теория информации
5.2 Сжатие квантовой информации
5.3 Квантовая граница классической информации
5.4 Квантовая теорема кодирования

Гл. 6 Квантовые каналы
6.1 Вполне положительные отображения. Теорема Стайнспринга
6.2 Квантовые каналы и открытые системы
6.3 q-битные каналы
6.4 Квантовые энтропийные и информационные количества
6.5 Монотонность относительной энтропии. Квантовая H-теорема
6.6 Пропускные способности квантового канала

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Нильсен, И. Чанг, Квантовые вычисления и квантовая информация. Мир 2006.
2. А. С. Холево, Квантовые системы, каналы, информация. МЦНМО 2010.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. П. А.М. Дирак, Принципы квантовой механики. Наука, 1970.
2. А. Китаев, А. Шень, М. Вялый, Классические и квантовые вычисления. МЦНМО 1999.
3. Дж. фон Нейман, Математические основы квантовой механики. Наука 1964.
4. Л. Д. Фаддеев, О. Я. Якубовский, Лекции по квантовой механике для студентов-математиков. РХД 2001.
5. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Фейнмановские лекции по физике. 8. Квантовая механика. Мир, 1986.
6. К. Хелстром, Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. Мир 1979.
7. А. С. Холево, Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. 2-е изд. ИКИ 2004.
8. А. С. Холево, Статистическая структура квантовой теории. ИКИ 2003.