Метод решета в аналитической теории чисел

к.ф.-м.н. Марис Евгеньевич Чанга

Предлагаемый полугодовой курс посвящен методам получения верхних и нижних оценок для количества чисел, принадлежащих заданному множеству, все простые делители которых больше некоторого заданного числа. Как правило, эти методы в своей основе имеют комбинаторную природу и восходят к известной процедуре решета Эратосфена. Основным приложением и стимулом развития методов решета всегда были бинарные аддитивные задачи с простыми числами, такие как рассматриваемые в рамках данного курса проблема простых близнецов и бинарная проблема Гольдбаха. Получаемые здесь результаты хотя и не являются лучшими из известных на сегодняшний день, но в ходе их доказательства будут изложены те основные идеи и приемы, которые легли в основу методов решета и привели к современному их состоянию. На семинарских занятиях будет рассмотрен целый ряд задач, позволяющий слушателям вполне овладеть методами решета и применять их в самостоятельной работе.

Программа курса

1. Элементы теории мультипликативных функций.
2. Решето Эратосфена. Тригонометрические суммы с простыми числами.
3. Решето Бруна. Проблема простых близнецов.
4. Решето Сельберга. Теорема Бруна-Титчмарша.
5. Решето с весом. Бинарная проблема Гольдбаха.
6. Большое решето (аддитивный вариант).