Тета-функции и их приложения
(аннотация)

Лектор: Георгий Борисович Шабат

В курсе будет изложена аналитическая теория тета-функций и раскрыто её алгебро-геометрическое содержание. Среди приложений теории центральное место будет занимать доказательство гипотезы Новикова о решении проблемы Шоттки (характеризации якобианов кривых среди абелевых многообразий) в терминах нелинейных дифференциальных уравнений, которым удовлетворяют тета-функции; мы будем в основном следовать недавней работе Кричевера и Шиоты. О приложениях к теории чисел и к математической физике также будет рассказано.

Курс начнётся с краткого обзора необходимых средств из алгебраической геометрии, дифференциальной алгебры и комплексного анализа. Затем с нескольких точек зрения будет введён *класс* тета-функций; изложение будет близко следовать книге Мамфорда, однако будут использованы некоторые методические усовершенствования, облегчающие усвоение материала. Тета-функции будут интерпретироваться как сечения линейных расслоений над абелевыми многообразиями, и соответствующие алгебро-геометрические конструкции будут рассмотрены; особое внимание будут уделено одномерному случаю.

После краткого напоминания теории интегрирования на компактных римановых поверхностях будут рассмотрены тета-функции, определяемые с помощью соответствующих матриц периодов. Независимо будет изложена теория коммутативных колец дифференциальных операторов и объяснена связь этих колец с алгебраическими кривыми. Затем мы перейдём к гипотезе Новикова. Если останется время, рассмотрим некоторые недавние работы по приложениям тета-функций к математической физике.

Предполагается, что слушатели владеют основными (в рамках стандартных университетских курсов) понятиями алгебры, анализа на многообразиях и комплексного анализа. Желательно владение основными понятиями алгебраической геометрии. Остальные используемые средства по мере необходимости будут вводиться в курсе. Курс будет сопровождаться *упражнениями*, состоящими в основном из применений лекционного материала к частным случаям.