ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Г. Колюцкий (ИППИ им. А. А. Харкевича РАН)

Аннотация. Динамические системы - одна из самых активно развивающихся областей современной математики, хотя этой области уже более ста лет. Динамические системы теснейшим образом связаны с большинством других направлений математики, пользуются их результатами и языком. Вероятно, именно поэтому до сих пор не существуют стандартного университетского курса по динамическим системам, несмотря на то, что многие выдающиеся учёные читали лекции по этой дисциплине. Мы ставим своей целью рассказать о фундаментальных примерах и классических результатах этой науки, пользуясь элементарными комбинаторными соображениями и основами анализа. Все необходимые знания по теории меры будут рассказаны по ходу. Таким образом, курс будет доступен для понимания второкурсникам. Приглашаются все желающие!

Программа курса

(1) Растягивающие отображения окружности. Символическая динамика. Неустойчивость по начальным условиям.
(2) Теорема Пуанкаре о возвращении. Теорема Крылова-Боголюбова. Инвариантные меры. Возвращаемость траекторий почти всех точек. Процедура Крылова-Боголюбова.
(3) Поворот окружности. Эргодичность. Перемешивание. Минимальность. Перемешивание отображения $z \to z^n$.
(4) Бильярд в круге и прямоугольнике. Системы с непрерывным временем. Исследование траекторий отображения бильярда. Иррациональная обмотка тора.
(5) Перекладывания отрезков. Хаотические свойства перекладываний. Индукция Рози. Графы Рози.
(6) Геодезические на плоских поверхностях. Бильярд в треугольнике. Плоские поверхности. Надстройки над перекладываниями. Конструкция Катка-Землякова. Эргодичность рациональных бильярдов. Трансляционные поверхности.
(7) Подкова Смейла. Отображение подковы Смейла. Сопряжение с символической динамикой.
(8) Диффеоморфизм Аносова. Кот Арнольда. Структурная устойчивость. Топологическое и метрическое перемешивание.
(9) Линейные гиперболические автоморфизмы тора. Линейная и топологическая классификация.