План учебного семинара (весна 2012 г.)
Многообразия Фано

Для простоты предполагаем, что все многообразия Фано – неособые и трехмерные.

(1) Основные свойства (включая понятие индекса и классификацию многообразий Фано индекса $\geq \dim X$) [IP99, Ch. 2], [Иск79, гл. 1, §4]. Примеры [IP99, Ch. 2], [Про10b].
(2) Поверхности дель Пеццо [Иск79, гл. 1, §2], [Dol, Ch. 8]. Поверхности K3 [Иск79, гл. 1, §2], [SD74]. Многообразия минимальной степени [Иск79, гл. 1, §3].
(3) Обзор классификации экстремальных лучей на неособых трехмерных многообразиях [IP99, Ch. 1], [Mor82], [Cut88].
(4) Примеры многообразий Фано с $\rho > 1$. Идея классификации [IP99, §7.1] (см. также [MM83], [MM86]).
(5) Многобразия Фано с базисными точками [Иск79, гл. 1, §2], [IP99, §2.4].
(6) Гиперэллиптические многобразия Фано [Иск79, гл. 2, §2].
(7) Тригональные многобразия Фано [Иск79, гл. 2, §3].
(8) Многообразия Фано основной серии – пересечения квадрик [Иск79, гл. 4, §1, гл. 1, §3].
(9) Существование хорошего (гладкого) дивизора в фундаментальной линейной системе [Иск88, §4], [IP99, §2.3], [Rei83a], [Про10a].
(10) Прямые и коники на многобразиях Фано [IP99, §4.2].
(11) Классификация многообразий Фано индекса 2 [IP99, Ch. 3].
(12) Флопы [Kol89], [Rei83b]. Элементарные линки в случае многообразий Фано [IP99, §4.1]. Примеры.
(13) Элементарные линки с центром в прямой (при условии ее существования) [IP99, §4.2]. Классификация многообразий Фано.
(14) Элементарные линки с центром в конике и точке. Доказательство существования прямой [IP99, §4.4-4.5], [Tak89].
(15) Классификация многообразий при помощи векторных расслоений (Мукай) [IP99, §5.2], [Muk88], [Muk89], [Muk92], [Muk02].
(16) Многообразие V_{22} как $VSP(6, F_4)$ [Muk89], [Muk92], [Muk02], [Dol, Ch. 4].

Список литературы

[Cut88] Steven Cutkosky. Elementary contractions of Gorenstein threefolds. *Math. Ann.*, 280(3):521–525, 1988.

[Dol] I. Dolgachev. Classical algebraic geometry: a modern view (Topics in classical algebraic geometry) `http://www.math.lsa.umich.edu/~idolga/CAG.pdf`.

[IP99] V. A. Iskovskikh and Yu. Prokhorov. *Fano varieties. Algebraic geometry. V.*, volume 47 of *Encyclopaedia Math. Sci.* Springer, Berlin, 1999.

[Kol89] János Kollár. Flops. *Nagoya Math. J.*, 113:15–36, 1989. http://projecteuclid.org/DPubS?service=UI&version=1.0&verb=Display&handle=euclid.nmj/1118781185

[Mor82] S. Mori. Threefolds whose canonical bundles are not numerically effective. *Ann. Math.*, 115:133–176, 1982.

[MM83] Shigefumi Mori and Shigeru Mukai. On Fano 3-folds with $B_2 \geq 2$. In *Algebraic varieties and analytic varieties (Tokyo, 1981)*, volume 1 of *Adv. Stud. Pure Math.*, pages 101–129. North-Holland, Amsterdam, 1983.http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~mukai/paper/Fano1983.pdf

[MM86] S. Mori and S. Mukai. Classifications of Fano 3-folds with $B_2 \geq 2$, I. In *Algebraic and topological theories. Papers from the symposium dedicated to the memory of Dr. Takehiko Miyata held in Kinosaki, October 30 – November 9, 1984*, pages 496–545. Kinokuniya, Tokyo, 1986. http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~mukai/paper/Fano1985.pdf

[Muk88] Shigeru Mukai. Curves, $K3$ surfaces and Fano 3-folds of genus ≤ 10. In *Algebraic geometry and commutative algebra, Vol. I*, pages 357–377. Kinokuniya, Tokyo, 1988.

[Muk89] Shigeru Mukai. Biregular classification of Fano 3-folds and Fano manifolds of coindex 3. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 86(9):3000–3002, 1989. http://www.pnas.org/content/86/9/3000.full.pdf+html?sid=57a5491c-f504-4dc8-98cd-7d1bd7b85465

[Muk92] Shigeru Mukai. Fano 3-folds. In *Complex projective geometry (Trieste, 1989/Bergen, 1989)*, volume 179 of *London Math. Soc. Lecture Note Ser.*, pages 255–263. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1992.

[Muk02] Shigeru Mukai. New developments in the theory of Fano threefolds: vector bundle method and moduli problems [translation of Sūgaku **47** (1995), no. 2, 125–144]. *Sugaku Expositions*, 15(2):125–150, 2002. http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~mukai/

[Rei83a] M. Reid. Projective morphisms according to Kawamata. 1983. http://www.maths.warwick.ac.uk/~miles/3folds

[Rei83b] Miles Reid. Minimal models of canonical 3-folds. In *Algebraic varieties and analytic varieties (Tokyo, 1981)*, volume 1 of *Adv. Stud. Pure Math.*, pages 131–180. North-Holland, Amsterdam, 1983.

[SD74] B. Saint-Donat. Projective models of $K-3$ surfaces. *Amer. J. Math.*, 96:602–639, 1974.

[Tak89] Kiyohiko Takeuchi. Some birational maps of Fano 3-folds. *Compositio Math.*, 71(3):265–283, 1989. http://www.numdam.org/numdam-bin/item?id=CM_1989__71_3_265_0

[Иск79] В. А. Исковских. Антиканонические модели трехмерных алгебраических многообразий. *Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат.*, 12:59–157, 1979. http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=intd&paperid=34&option_lang=rus

[Иск88] В. А. Исковских. *Лекции по трехмерным алгебраическим многообразиям. Многообразия Фано.* Изд-во МГУ, 1988. http://mech.math.msu.su/algebra/wiki/lib/exe/fetch.php/staff:prokhorov:fano:Iskovskikh_V_Mnogoobraziya_Fano_Izd_MGU_1988.djvu.pdf

[Про10a] Ю. Г. Прохоров. «Многообразия Фано» (неоконченные записки лекций), 2010. http://mech.math.msu.su/algebra/wiki/lib/exe/fetch.php/staff:prokhorov:teach:fano.pdf

[Про10b] Ю. Г. Прохоров. Задачи к курсу «Многообразия Фано», 2010. http://mech.math.msu.su/algebra/wiki/lib/exe/fetch.php/staff:prokhorov:teach:fano_zad.pdf