Сепаратрисное отображение в гамильтоновой динамике

Лектор: Дмитрий Валерьевич Трещев

Сепаратрисное отображение было придумано как удобное средство для изучения динамики диффеоморфизма или потока в малой окрестности асимптотических многообразий неподвижных точек или периодических решений. Далее решение, порождающее асимптотические многообразия, будет называться базовым. Траектории, не выходящие из таких окрестностей, стартуют в некоторой «фундаментальной» области, приближаются к базовому решению и затем возвращаются в фундаментальную область. При этом большую часть времени траектория проводит около базового решения. Естественная идея состоит в том, чтобы пропустить динамически неинтересную часть движения, расположенную около базового решения, и рассмотреть лишь индуцированное отображение на себя фундаментальной области в случае дискретного времени или некоторого сечения Пуанкаре для непрерывного времени. Это отображение и называется сепаратрисным.

Удобство сепаратрисного отображения как средства исследования возмущенной динамики объясняется следующими обстоятельствами:

- существуют координаты, в которых сепаратрисное отображение принимает универсальный и относительно простой вид: «главная часть» плюс «малые ошибки»,
- главная часть сепаратрисного отображения вычисляется явно в терминах невозмущенной системы и возмущения,
- «ошибки» явно оцениваются.

После того как удобные формулы для сепаратрисного отображения получены, остается воспользоваться ими для исследования динамики.

Примерная программа.

1. Расщепление сепаратрис в гамильтоновых системах с полутора степенями свободы.
2. Понятие о теории КАМ и о стохастическом слое.
3. Нормальные координаты. Теорема Мозера.
4. Отображения склейки.
5. Сепаратрисное отображение Заславского.
6. Вычисление параметров в формулах для сепаратрисного отображения.
7. Антиинтегрируемый предел для сепаратрисного отображения.
8. Ширина стохастического слоя.