ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.167.03 НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК.

аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета от 18.06.2026 № 16

О присуждении **Попеленскому Федору Юрьевичу**, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация **«Алгебры Хопфа и их когомологии в задачах алгебраической топологии и гомологической алгебры»** на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.3 – геометрия и топология, принята к защите «12» марта 2026 г., протокол № 9 диссертационным советом 24.1.167.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук (119991, г. Москва, ул. Губкина, д.8; приказ № 1838/нк от 26.09.2023).

Соискатель Попеленский Федор Юрьевич, 1973 года рождения, диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук "Современные приложения операдных методов в алгебраической топологии" по научной специальности 01.01.04 защитил в 1999 году в диссертационном совете, созданном на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова». С 1998 г. Попеленский Ф.Ю. работает в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», в настоящее время в должности доцента кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета, где и подготовлена диссертация.

Официальные оппоненты:

Лычагин Валентин Васильевич - доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Лаборатории 06 «Управления сплошными средами им. А.Г. Бутковского» Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (специальность — 01.01.02);

Мусин Олег Рустумович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры дискретной геометрии Физтех-школы прикладной математики и информатики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (специальность — 01.01.04);

Панин Иван Александрович - доктор физико-математических наук, академик РАН, главный научный сотрудник лаборатории алгебры и теории чисел Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук (специальность — 01.01.06),

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» (г. Санкт-Петербург) в своем положительном заключении, утвержденном проректором по науке Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» к.ф.-м.н, доцентом Микушевым Сергеем Владимировичем, указала, что диссертация Попеленского Федора Юрьевича написана на актуальную тему и является завершённой научно-квалификационной работой, содержащей новые фундаментальные результаты в области алгебраической топологии и гомологической алгебры. Диссертация Попеленского Ф.Ю. удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Попеленский Федор Юрьевич заслуживает присуждения

ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.3 – геометрия и топология.

Соискатель имеет более 40 опубликованных научных работ, в том числе 13 - по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК. По совместным публикациям в диссертацию вошли только результаты, полученные соискателем лично, по совместным публикациям имеются заявления соавторов о разделении вклада.

1. Попеленский Ф. Ю. Произведения Масси и соотношения в когомологиях алгебр Стинрода // Математический сборник.—2026.—Т. 217, № 2.—С. 108–153.

2. Попеленский Ф. Ю. Об аддитивных базисах и их заменах в C-мотивной алгебре Стинрода mod 2 // Труды Математического института им. В. А. Стеклова РАН.—2025.—Т. 330.—С. 322–335.

3. Ovchinnikova T. V., Popelensky T. Y. On triangular changes of bases in the mod p Steenrod algebra // Journal of Mathematical Sciences. — 2021. — Vol. 259, no. 5. — P. 699–711.

4. Емельянов Д. Ю., Попеленский Ф. Ю. О заменах базисов в алгебре Стинрода mod p // Математический сборник.—2017.—Т. 208, № 4.—С. 3–16.

5. Бухштабер В. М., Попеленский Ф. Ю. Когомологии алгебр Хопфа и произведения Масси // Успехи математических наук.—2024.—Т. 79, № 4 (478).—С. 5–94.

6. Popelensky Th. Yu. Action of Reduced Powers on the Homology of Products of Complex Projective Spaces and Products of Lens Spaces // Russian Journal of Mathematical Physics.—2025.—Vol. 32, no. 1.—P. 150–159.

7. Popelensky T. Annihilator ideal for the action of the Steenrod algebra mod p on K(Z_p,2) // Topology and its Applications.—2020.—Vol. 275.—P. 107034.

8. Popelensky T. Relations between kernels and images of reduced powers for some right A_p-modules // Publications de l’Institut Mathematique. — 2018. — Vol. 103, no. 117.—P. 191–198.

9. Kryazhev A., Kuznetsov D., Popelensky T. Conjugation Equation for Quaternionic Conjugation Spaces // Russian Journal of Mathematical Physics.—2025.—Vol. 32, no. 1.—P. 105–122.

10. Emelyanov D. Y., Popelensky T. Y. On monomial bases in the mod p Steenrod algebra // Journal of Fixed Point Theory and Applications. — 2015. — Vol. 17. — P. 341–353.

11. Emelyanov D., Popelensky T. On some sequences of modules over the mod p Steenrod algebra // Homology, Homotopy and Applications. — 2020. — Vol. 22, no. 1.—P. 185–202.

12. Emelyanov D., Popelensky T. Bases in the mod p Steenrod algebra, β included // Journal of Pure and Applied Algebra.—2019.—Vol. 223, no. 8.—P. 3386–3401.

13. Buchstaber V., Popelensky F. Y. Cohomology of the Heisenberg Manifold Sequence // Journal of Mathematical Sciences.—2024.—Vol. 284.—P. 17–58.

Других отзывов на диссертацию и автореферат не поступало.

Выбор официальных оппонентов обосновывается тем, что они являются компетентными высоко-квалифицированными специалистами в области физико-математических наук, авторами значимых работ по геометрии, топологии, алгебре и в смежных областях.

В.В. Лычагин является признанным специалистом в области дифференциальных уравнений и гомологической алгебры (В. В. Лычагин, “Особенности решений, спектральные последовательности и нормальные формы алгебр Ли векторных полей”, Изв. АН СССР. Сер. матем., 51:3 (1987), 584–612; В. В. Лычагин, В. Н. Рубцов, “Топологические индексы комплексов Спенсера, ассоциированных с геометрическими структурами”, Матем. заметки, 45:4 (1989), 59–68; A. Kushner, V. Lychagin, V. Rubtsov, Non-Linear differential equations and contact geometry, Camb. Univ. Press, 2006)

О.Р. Мусин является признанным специалистом мирового уровня в области алгебраической топологии и комбинаторной геометрии (O.R.Musin, “On rigid Hirzebruch genera”, Mosc. Math. J., 11:1 (2011), 139–147; O.R.Musin, The kissing number in four dimensions. Ann. Math. (2) 168, No. 1, 1-32 (2008);)

И.А. Панин является признанным специалистом мирового уровня в области алгебраической геометрии, K-теории (I. Panin, C. Walter, “On the algebraic cobordism spectra MSL and MSp”, Алгебра и анализ, 34:1 (2022), 144–187; И. А. Панин, Доказательство гипотезы Гротендика–Серра о главных расслоениях над регулярным локальным кольцом, содержащим поле, Изв. РАН. Сер. Матем., 84:4 (2020), 169–186; И. А. Панин, Две теоремы чистоты и гипотеза Гротендика–Серра о главных G-расслоениях, Матем. сб., 211:12 (2020), 123–142).

Выбор ведущей организации обосновывается тем, что она является известным центром физико-математических наук с богатой историей, проводит исследования по широкому перечню направлений, охватывающему как фундаментальную математику, так и ее приложения, имеет ведущих специалистов в области алгебраической топологии и гомологической алгебры.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований детально разработана теория спектральной последовательности Бухштабера для градуированных алгебр Хопфа, для алгебр Хопфа над полями установлена связь дифференциалов этой спектральной последовательности с нетривиальными скобками Масси специального вида. Найдены новые аддитивные базисы классических алгебр Стинрода mod p>2, для них получен ряд приложений. Найдены новые аддитивые базисы $\mathbb{C}$-мотивной алгебры Стинрода mod 2. Показана перспективность разработанных методов для описания структур когомологий алгебр Хопфа.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

1) Развита теория спектральной последовательности Бухштабера (Bss) для градуированных алгебр Хопфа над кольцами. Получено описание дифференциалов Bss в терминах нетривиальных специальных матричных скобок Масси для алгебр Хопфа над полем.

2) Вычислена фильтрация Бухштабера и получены приложения для следующих известных алгебр Хопфа: для алгебры Ландвебера-Новикова над рациональными числами $S\otimes\mathbb{Q}$, для универсальной обертывающей UL_1 алгебры формальных векторных полей на прямой, обращающихся в начале координат в 0 вместе с первой производной, для универсальных обертывающих некоторых конечномерных факторов алгебры Ли L_1, а также для алгебр Гейзенберга—Ли.

3) В терминах дифференциалов Bss описан механизм возникновения соотношений между произведениями и скобками Масси в когомологиях алгебр Хопфа. Показана эффективность разработанных методов на примере классических результатов Адамса и Новикова в случае групп $\mathrm{Ext}^{s,t}\,\mathcal{A}_2(\mathbb{Z}/2,\mathbb{Z}/2)$, $s\leq 4$. Методами Bss получены эффективное описание фильтрации в $\mathrm{Ext}^{s,t}\,\mathcal{A}(1)(\mathbb{Z}/2,\mathbb{Z}/2)$ в терминах дифференциалов Bss, явное представление элементов этих групп образами дифференциалов Bss и как следствие - представление элементов специальными скобками Масси.

4) Решена известная задача явного описания так называемых экстремальных базисов алгебр Стинрода $\mathcal{A}_p$ для $p>2$: βX, βZ, ZA, XC. Доказано, что βC-мономы образуют базис алгебры $\mathcal{A}_p$. Для $\mathbb{C}$-мотивной алгебры Стинрода mod 2 построены экстремальные базисы Z, X; построены аналоги базисов Вуда, семейство P^s_t-базисов и семейство базисов, составленных из итерированных коммутаторов.

Решена известная задача описания пар базисов алгебры $\mathcal{A}_p$ для $p>2$, для которых матрицы перехода треугольны; установлена треугольность матриц перехода для следующих пар базисов: (B_{Mil}, βX), (B_{Mil}, βC), (B_{Mil}, PQ), (B_{Mil}, XC), (B_{Mil}, любой βP^s_t-базис). Для аддитивных базисов $\mathbb{C}$-мотивной алгебры Стинрода mod 2 доказана треугольность матриц перехода для пар (базис Милнора, X-базис), (базис Милнора, любой P^s_t-базис).

5) В качестве приложения построенной теории базисов в алгебрах $\mathcal{A}_p$ для $p>2$:

(1) Получен ответ по гипотезе Тоды о точности известной короткой последовательности $\mathcal{A}_p$-модулей, $p>2$. А именно, получена явная формула для так называемой критической градуировки, такой что до этой градуировки точность имеет место, а в критической - нарушается; более того, вычислен фактор ядра по образу в среднем члене в критической градуировке.

(2) Построено новое семейство мультипликативных образующих в кольце $H^*(K(\mathbb{Z}/p, n);\mathbb{Z}/p)$.

(3) Показано, что аннигиляторный идеал действия $\mathcal{A}_p$, $p>2$, на когомологиях пространства Эйленберга--Маклейна $K(\mathbb{Z}/p, 2)$ тривиален.

6) Развита теория пространств с кватернионным сопряжением, т. е. пространств, на которых действуют две коммутирующие независимые инволюции, кольца

когомологий пространства неподвижных точек и исходного пространства связаны алгебраическим изоморфизмом, изменяющим градуировки в 4 раза, причем в эквивариантых когомологиях соответствующие друг другу элементы при таком изоморфизме связаны уравнением специального вида. Показано, что категория таких пространств достаточно велика, в частности, замкнута относительно операции приклейки эквивариантных клеток. Введено понятие уравнения Q-сопряжения и вычислены его коэффициенты в терминах действия алгебры Стинрода $\mathcal{A}_2$.

7) В рамках известной проблемы о структуре канонического представления алгебры $\mathcal{A}_p$ в когомологиях произведений линзовых пространств получены результаты, часть из которых является общей для всех простых p, а другая - верна только для p>2. Для двойственного действия $\mathcal{A}_p$, p>2, на алгебре, построенной по гомологиям групп $\mathbb{Z}/p \times \mathbb{Z}/p \times \ldots \times \mathbb{Z}/p$, показано, что для каждого $k \geqslant 1$ подалгебра, состоящая из элементов, аннулируемых подалгеброй $P(k) \subset \mathcal{A}_p$, являются свободной. Вычислены размерности градуировочных компонент подалгебры элементов, аннулируемых подалгеброй P(1).

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что результаты диссертации обоснованы строгими математическими доказательствами, соотносятся с доказанными ранее результатами и с выдвинутыми известными гипотезами, получены с корректным использованием методов алгебраической топологии и гомологической алгебры, причем применение этих методов для решения проблем, рассматриваемых в диссертации, строго обосновано. Полученные результаты дают новый взгляд на известные вопросы и позволяют строить дальнейшие гипотезы.

Личный вклад соискателя состоит в самостоятельном получении результатов диссертационного исследования, в их апробации на научных семинарах и международных конференциях, а также в подготовке публикаций по теме диссертации.

В ходе защиты диссертации были высказаны следующие критические замечания:

- автореферат местами перегружен техническими деталями, что может отчасти затруднить быстрое восприятие отдельных результатов для читателя, не

являющегося узким специалистом в данной области. Имеется ряд опечаток, например, в некоторых местах вместо P^s_t написано P^t_s, что, впрочем, не затрудняет понимание.

Соискатель Попеленский Ф.Ю. согласился с замечаниями, ответил на заданные ему в ходе заседания вопросы и привел собственную аргументацию.

На заседании 18 июня 2026 г. диссертационный совет принял решение: за разработку теоретических положений, совокупность которых можно квалифицировать как крупное научное достижение, присудить Попеленскому Ф.Ю. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 19 человек, из них 9 докторов наук по научной специальности 1.1.3 – геометрия и топология, участвовавших в заседании, из 22 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за **19**, против **нет**.

Председатель диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН, профессор

Прохоров Юрий Геннадьевич

Ученый секретарь диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук

Осипов Денис Васильевич

18 июня 2026 года