ОТЗЫВ

официального оппонента
Шабата Георгия Борисовича

на диссертацию Логинова Константина Валерьевича «Геометрия и автоморфизмы многообразий Фано», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.5 — Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Надежды на классификацию алгебраических многообразий (над алгебраически замкнутыми полями) в большой степени связаны с успехами такой классификации в малых размерностях. Различают более грубую, *бирациональную* и более тонкую, *бирегулярную*, классификации. Первая из них допускает чисто алгебраическую формулировку; речь идёт о классификации конечно-порождённых расширений основного поля. При решении второй задачи обычно ограничиваются неприводимыми полными многообразиями, гладкими или обладающими лишь достаточно простыми особенностями; центральной является проблема выбора представителя из класса бирациональной эквивалентности.

Упомянутые надежды связаны с тем, что в размерности 1 обе классификационные задачи решены полностью, а в размерности 2 – в большой степени. Общим в обеих размерностях является то, что гладкие полные многообразия подразделяются на *общий тип* (канонический класс обилен) и *исключения*. Исключения, в свою очередь, подразделяются на предмет диссертации Логинова, *многообразия Фано* (*анти*канонический класс обилен) и на многообразия с промежуточными свойствами.

Уже анализ результатов в малых размерностях показывает, что классификационные результаты для многообразий указанных типов совершенно различны. Многообразия основного типа допускают выбор единственного (в размерности 2 – *минимального*) представителя в каждом классе бирациональной эквивалентности, и эти представители полностью определяются дискретными (род в размерности 1, числа Чжэня c_2, c_1^2 в размерности 2) инвариантами и непрерывными, пробегающими соответствующие конечномерные квазипроективные *пространства модулей.* Классификация же

многообразий Фано, хотя и тривиальная в размерности 1 и обозримая в размерности 2, в размерностях начиная с 3 оказывается гораздо сложнее, и в ней много открытых вопросов.

Уже задача бирациональной классификации в этих размерностях нетривиальна: хотя многообразия Фано в определённых смыслах и близки к рациональным (например, покрываются рациональными кривыми), они не обязательно рациональны; так, построение нерациональных *унирациональных* многообразий – одно из достижений алгебраической геометрии конца 20-го века. Выбор же представителя из бирационального класса – в большой степени предмет программы *минимальных моделей* Ш. Мори, активной области современной алгебраической геометрии. Этой области и посвящена диссертация Логинова. Точнее, её основные результаты относятся к следующим двум направлениям.

1)Результаты о *корегулярности* многообразий Фано. Это понятие было введено совсем недавно Х. Морагой; оно дополнительно к понятию *регулярности*, введённому в прошлом веке В. В. Шокуровым. Корегулярность качественно связана со сложностью; значения этого инварианта для конкретных семейств многообразий Фано до работ диссертанта с соавторами были известны лишь в простейших случаях.

2)Многообразия Фано выделяются из алгебраических многообразий огромной группой *бирациональных автоморфизмов.* Вся эта группа (в случае рациональных многообразий – *Кремоны*) бесконечномерна и необозрима; однако классической хорошо поставленной проблемой является изучение её *конечных подгрупп.* Здесь диссертантом получен ряд интересных результатов, в том числе распространяющихся на группы *бимероморфных* автоморфизмов не обязательно алгебраических компактных комплексных многообразий.

Наиболее сильный результат о корегулярности относится к 105 *семействам* трёхмерных многообразий Фано – исчерпывающий список этих семейств был получен В.А. Исковских. Результат (теорема 4 диссертации) заключается в том, что в большинстве случаев (100 из 105) корегулярность равна 0, в оставшихся 5 случаях получены частичные результаты; итоги подведены в пространной таблице 3.1.

Результаты, касающиеся конечных подгрупп групп автоморфизмов, содержатся в главах 2,4,5. Здесь фигурирует понятие *жордановости группы*, заключающееся в том, что любая её конечная

подгруппа допускает нормальную абелеву подгруппу ограниченного индекса. Основные результаты таковы.

- Если X – компактное комплексное многообразие размерности Кодаиры $\kappa(X) \geq \dim X - 2$, то его группа бимероморфных автоморфизмов $\mathrm{Bim}(X)$ является жордановой.
- Если X – компактное комплексное многообразие, то образ его плюриканонического представления $\rho(\mathrm{Bim}(X))$ и образ проективного плюриканонического представления $\rho(\mathrm{Bim}(X))$ имеют ограниченные конечные подгруппы.
- Конечная абелева 3-группа, эффективно действующая на рационально связном трёхмерном многообразии, может быть порождена четырьмя элементами. Получена точная оценка на ранг p-групп, действующих на рационально связных трёхмерных многообразиях.
- Конечная абелева группа, эффективно действующая на рационально связном трёхмерном многообразии, может принадлежать к одному из трёх типов: либо быть изоморфной произведению конечных абелевых групп, эффективно действующих на рациональной поверхности и на рациональной кривой, либо быть циклическим расширением конечной абелевой группы, эффективно действующей на поверхности К3, либо допускать эффективное действие на трёхмерном GQ-многообразии Фано с пустой антиканонической линейной системой.

Наряду с указанными результатами по двум основным направлениям диссертация содержит ряд других, тоже важных.

- Теорема 1.4.15 даёт весьма содержательную классификацию некоторых типов *К-полустабильных трёхмерных многообразий Фано* (одно из определений этого понятия над C – существование на таких многообразиях метрики *Кэлера-Эйнштейна*). Эта классификация применима к построению "хороших" *пространств модулей* таких многообразий, для чего ранее применявшиеся методы геометрической теории инвариантов были недостаточны.
- Классификация максимальных *полустабильных вырождений* гладких многообразий Фано и доказательство их единственности в каждой фиксированной размерности. К этому результату примыкает исследование вырождений семейств рациональных многообразий в нерациональные особые, классически известных для поверхностей дель Пеццо.

• Соображения о зеркальной симметрии, содержащиеся в главе 3, хотя и не содержат выносимых на защиту результатов, весьма интересны как сами по себе, так и с точки зрения мотивации к изучению корегулярности.

В диссертации используются как методы современной алгебраической геометрии (прежде всего – программы минимальных моделей), так и методы комплексного анализа.

Основные результаты диссертации являются новыми. Они тщательно обоснованы, доложены на отечественных и международных конференциях и своевременно опубликованы в известных изданиях. В целом диссертация является законченным и профессионально зрелым произведением, вносящим значительный вклад в актуальный раздел современной математики. Она выполнена в традициях основанной И.Р. Шафаревичем школы московской алгебраической геометрии и непосредственно продолжает исследования В.А. Исковских, В.В. Шокурова и Ю.Г. Прохорова. Одна из этих традиций выражена в диссертации особенно ярко: наличие иногда громоздких, но полных классификационных результатов.

К оформлению диссертации есть несколько мелких и одно принципиальное замечание. К мелким относятся довольно многочисленные опечатки и неточности. Вот неполный список.

- В определении 1.3.1. на стр. 41 обильным должен быть не канонический, а *анти*канонический класс.
- На стр. 27 написано *Мы будем работать над алгебраически замкнутым полем K характеристики* 0, и вплоть до стр. 56 основное поле никак не упоминается. Однако на стр. 56 без каких-либо оговорок появляются объёмы и интегралы.
- На стр. 80 читаем *является мойшезоново многообразием.*
- Хотя на стр. 22 есть отсылка к обозначениям Исковских-Прохорова *семейств* многообразий Фано, формулировка на стр. 104 *Вот список торических трехмерных многообразий Фано: 1.17, ..., 5.3.* вряд ли корректна: следует различать многообразие и его код, даже если последний общепринят среди специалистов.
- На стр. 107 читаем ... *трехмерное многообразие Фано основное серии не является экзотическим...*
- На стр. 245 имеется некорректная ссылка [?].

Принципиальное замечание относится к цели работы. Её формулировку на стр. 14 нельзя признать удовлетворительной даже со стилистической точки зрения: в заголовке подраздела указывается одна цель, а перечисляется их одиннадцать. В нескольких случаях формулировки "целей" дублируют формулировки полученных результатов из следующего подраздела.

Более важным недостатком, чем указанные формальные, является отсутствие явного ответа на вопрос об общей концепции диссертационного исследования, определяющей некоторое единство полученных результатов. Поскольку эти результаты и идейно, и математически связаны между собой, такая концепция несомненно существует, однако вызывает сожаление то, что диссертант не сформулировал её во введении. Приведённые замечания никак не снижают высокой общей оценки диссертации. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Исходя из вышесказанного, я считаю, что диссертация Логинова Константина Валерьевича «Геометрия и автоморфизмы многообразий Фано» соответствует паспорту научной специальности 1.1.5 — Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, отвечает требованиям пп. 9–14 Положения о присуждении учёных степеней, утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. № 842, а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук.

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук (специальность, по которой защищена диссертация: 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел), профессор кафедры математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере Отделения интеллектуальных систем в гуманитарной сфере ФГАОУ ВО «Российский государственный гуманитарный университет» (РГГУ)

29 августа 2026 года

. Георгий Борисович Шабат

Контактные данные:
125047, г. Москва, Миусская пл., д. 6, стр. 6,
Тел.: +7 (495) 250-63-29
E-mail: shabat@mccme.ru

Проректор по научной и проектной работе
О.В. Павленко