Отзыв

официального оппонента доктора физико-математических наук Горского Александра Сергеевича на диссертационную работу Кривороля Вячеслава Александровича «Геометрические аспекты сигма-моделей», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика».

Описание в терминах двумерных сигма-моделей — один из самых эффективных подходов анализа сложных систем. Они используются при изучении сильновзаимодействующих систем в физике конденсированного состояния, калибровочных теориях, в физике неупорядоченных систем. С другой стороны, они служат модельной лабораторией для анализа непертурбативных явлений в неабелевых калибровочных теориях. Их эффективность обусловлена геометрической природой, которая позволяет использовать мощные математические методы.

В диссертационной работе, в полной мере, используются математические структуры квантовой механики и теории поля, а также глубокие связи между различными разделами теоретической и математической физики. В частности, установление эквивалентности двумерных сигма-моделей с теориями типа Гросса-Невё открывает новые перспективы для вычисления β-функций. Это связано с тем,что сложная структура взаимодействия в исходной модели может быть сведена к относительно простой процедуре перенормировки в теории типа Гросса-Невё. Установление взаимосвязи между одномерными сигма-моделями и спиновыми цепочками, в свою очередь, открывает возможность исследования спектра оператора Лапласа-Бельтрами, который является квантовым гамильтонианом свободной частицы на многообразии, хорошо разработанными методами, основанными на применении анзаца Бете .

Диссертация Кривороля В. А. состоит из введения, трех глав, трех приложений и заключения. Общий объем диссератции составляет 115 страниц. Список литературы содержит 165 наименований.

Во введении дан исчерпывающий обзор литературы и известных фактов в данной области математической физики.

Первая глава посвящена изучению и построению формализма Гросса-Невё для различных грассманианов. Описан переход к сигма-моделям для ортогональных и

симплектических грассанианов и механизм исключения калибровочного поля. В качестве проверки эквивалентности реализаций модели, вычислены однопетлевые бета-функции и показано,что они совпадают в двух реализациях.

Вторая глава посвящена суперсимметризации формализма Гросса-Невё для различных грассманианов. В случае унитарных грассманианов изучена роль калибровочной симметрии. Описаны препятствия для суперсимметризации для ортогональных и симплектических грассманианов. Введены, так называемые, минимальные фермионы и подробно описана эквивалентность для CP модели на квантовом уровне. Рассмотрен пример лагранжева грассманиана.

В третьей главе изучена связь одномерных сигма-моделей и спиновых цепочек. Сформулированы спиновые цепочки для комплекса Дольбо и комплекса Де-Рама. Показано,что такие цепочки допускают естественную суперсимметризацию и описание в терминах суперпространства. Предъявлена явная связь суперсимметричных цепочек для комплексов Дольбо и Де-Рама с суперсимметричными N=2 и N=4 сигма-моделями.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертации и основные направления для дальнейших исследований.

Замечания

Диссертация и автореферат Кривороля В.А. имеют четкую структуру, а материал изложен ясным и доступным языком. В качестве замечаний, отмечу ,что в первой и второй главах, для сравнения представлений моделей, рассматриваются однопетлевые бета-функции. Однако, в суперсимметричном случае, известно,что анализ инстантонной меры позволяет единым образом найти точную NSVZ бета-функцию. Не вполне понятно, почему такой анализ не был проведен для грассманианов при сравнении реализаций, так как инстантоны в суперсимметричных сигма-моделях на грассманианах известны.

В третьей главе изучается связь одномерных спиновых цепочек и сигма-моделей на специальных многообразиях. Спиновые цепочки обладают рядом нетривиальных дуальностей, включая симплектическую биспектральную дуальность, связывающую разные цепочки, и QQ- дуальность, связывающую спиновые цепочки с системами Руджинарса-Калоджеро. Было бы интересно понять, как известные в спиновых цепочках дуальности реализуются в сигма-моделях, с помощью соответствия, рассмотренного в диссертации.

При этом, стоит отметить, что данные замечания не снижают общей положительной оценки проведенных исследований. Они, в большей степени, касаются возможных направлений дальнейших исследований.

Научная обоснованность и достоверность полученных результатов

При проведении исследований использовались разнообразные математические методы и конструкции из теоретической и математической физики. В частности, при построении квазилинейной формулировки первого порядка для грассманианов применялись методы теории групп, симплектической и комплексной геометрии, включая гамильтонову редукцию, колчанные многообразия, симметрические пространства. Ключевое наблюдение, лежащее в основе квантово-полевых следствий, состоит в том, что тотальное пространство кокасательного расслоения к унитарному, ортогональному или симплектическому грассманиану является колчанным многообразием, то есть, может быть получено, как гамильтонова редукция плоского матричного пространства под действием некоторой калибровочной группы. Квантово-полевое вычисление однопетлевой β-функции опирается на методы пертурбативной теории поля в двух измерениях с использованием (анти)голоморфных пропагаторов и ненулевого числа "цветовых индексов", роль которых играют внутренние векторные индексы однородных координат. При построении обобщений теорий типа Гросса-Невё также существенно использовалась специфическая геометрия грассманианов и векторных расслоений над ними. Для построения суперсимметричных спиновых цепочек, сходящихся к одномерным сигма-моделям на сфере, использовались методы суперсимметрии и суперпространств, а также элементы теории представлений и гармонического анализа.

Научная новизна и значимость диссертационной работы

В диссертационной работе впервые изучены квазилинейные формулировки первого порядка для сигма-моделей с таргет пространствами в виде ортогональных и симплектических грассманианов, снабжённых специальной, римановой метрикой, и B-полем, задаваемым фундаментальной эрмитовой формой этой метрики. Показано, что такие эквивалентные формы сигма-моделей имеют, в отличие от стандартной "геометрической" формулировки, лишь конечное число вершин взаимодействия. Вычислены соответствующие однопетлевые β-функции в такой формулировке. В специальном случае симметрических грассманианов, когда нормальная риманова метрика является кэлеровой, показано, что однопетлевая β-функция в квазилинейной формулировке первого порядка совпадает с β-функцией стандартной формулировки

соответствующих сигма-моделей. В случае несимметрических пространств с нетривиальным B-полем однопетлевая β-функция ранее не была известна. Для симметрических таргет-пространств построено суперсимметричное обобщение квазилинейной формулировки первого порядка. Построены N=2 и N=4 суперсимметричные SU(2) спиновые цепочки, воспроизводящие в пределе большого спина сигма-модели с CP таргет-пространством и соответствующей суперсимметрией. Такие модели являются новыми; более того, они до пускают необычное N=2 суперполевое описание, основанное на ранее неизвестных нелинейных киральных мультиплетах, построенных на основе некоторой плоской суперсвязности.

С учетом вышеизложенного можно однозначно утверждать, что диссертация Криворола Вячеслава Александровича соответствует специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика». Текст диссертации оформлен в соответствии с требованиями ВАК. Автореферат корректно отражает важные элементы содержания и результаты диссертации. Диссертация Криворола В.А. представляет собой законченную научно-квалификационную работу, удовлетворяющую всем требованиям пп. 9–11, 13, 14 к кандидатским диссертациям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней», утвержденным Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор, Криворольв В.А. , заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 – «Теоретическая физика».

Официальный оппонент

Доктор физико-математических наук, специальность 1.3.3- Теоретическая физика,
ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН), 127151, Москва , Б. Каретный 19
Горский Александр Сергеевич, +79163609134, gorsky@iitp.ru

Горский Александр Сергеевич.

Дата 26.08.2026