ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Баскова Игоря Сергеевича
на тему: «Когомологии де Рама мягких функциональных алгебр»,
по специальности 1.1.3 — «Геометрия и топология»

Диссертация Баскова Игоря Сергеевича посвящена исследованиям в области алгебраической топологии, а именно в ней исследуются когомологии де Рама алгебр, возникающих как алгебры функций на топологических пространствах разной природы. Исследование диссертанта мотивируется результатами и открытыми вопросами из работ Осборна, Гомеса, Кана и Миллера, написанных в период с 1969 по 2000-е годы, в которых было начато исследование таких когомологий. Одной из областей применения исследований диссертации является некоммутативная дифференциальная геометрия, где необходимо рассматривать формы де Рама на алгебрах, обобщающих алгебры функций.

Основной объект исследования диссертации – dg -алгебра $\Omega^{\bullet}_{A|k}$ алгебраических форм де Рама, которая строится по произвольной коммутативной ассоциативной k-алгебре A с единицей. Исследование сосредоточено на случаях, когда A – это либо алгебра $C(X)$ непрерывных функций на компактном хаусдорфовом пространстве X, либо алгебра $C^{\infty}(M)$ гладких функций на гладком многообразии M (возможно, с краем), либо алгебра $PPol_K(|K|)$ кусочно-полиномиальных функций на полиэдре K, либо алгебра $A^0(X)$ полиномиальных функций на комбинаторном симплициальном комплексе X. Басков исследует вопрос о том, как когомологии dg -алгебры $\Omega^{\bullet}_{A\|\mathbb{R}}$ для алгебры функций A на пространстве X связаны с когомологиями пространства X. Этот вопрос отчасти мотивирован теоремой Гротендика о том, что для $\mathbb{C}$-алгебры регулярных функций A на неособом аффинном многообразии V над $\mathbb{C}$ когомологии dg -алгебры $\Omega^{\bullet}_{A|\mathbb{C}}$ изоморфны сингулярным когомологиям $\mathrm{H}^*(V,\mathbb{C})$.

Один из первых результатов диссертанта – построение линейного отображения

$$\Lambda_{\mathcal{F}} : \mathbb{H}^* \left(X, \underline{k}_X[0]\right) \to \mathrm{H}^* \left(\Omega^{\bullet}_{\mathcal{F}(X)|k}\right)$$

на группах когомологий компактного хаусдорфова пространства X и dg -алгебры $\Omega^{\bullet}_{\mathcal{F}(X)|k}$, где $\mathcal{F}$ – произвольный мягкий пучок алгебр. Одно из первых приложений этой конструкции - доказательство того, что это отображение является расщепляющим для канонического морфизма когомологий dg-алгебр

$$H^*(\pi) : H^*(\Omega^{\bullet}_{C^{\infty}(M)|\mathbb{R}}) \to H^*(\Omega^{\bullet}(M)),$$

в частности этот морфизм сюръективен. Этот результат является обобщением работы Гомеса 1992 года, в которой была показана сюръективность такого морфизма для четных показателей.

Другой результат диссертации – построение другого линейного отображения на когомологиях:

$$\Psi_A : \mathrm{H}^* \left(\Omega^{\bullet}_{A|\mathbb{R}}\right) \to \mathbb{H}^* \left(X, \underline{\mathbb{R}}_X[0]\right)$$

для произвольного пространства X и подалгебры $A \subset C(X)$. Баскову удалось показать, что это отображение взаимно обратно с отображением $\Lambda_{\mathcal{F}}$ для ряда примеров алгебр A: в случае, когда A – алгебра глобальных сечений мягкого подпучка алгебр $\mathcal{F}$ и для алгебры кусочно-полиномиальных функций PPol_K на полиэдре K. Далее, он доказывает мультипликативность этих отображений.

Наконец, в конце диссертации доказывается ряд результатов о том, что отображения $\Lambda_{\mathcal{F}}$ и Ψ_A являются изоморфизмами когомологий в степени ноль, а в положительных степенях - не являются при условии, что алгебры содержат достаточно много алгебраически независимых элементов.

Результаты диссертации докладывались автором на разных научно-исследовательских семинарах, на некоторых из которых присутствовал и я, и могу свидетельствовать, что результаты диссертанта вызывали неподдельный интерес у специалистов по некоммутативной геометрии и алгебраической топологии. Таким образом, данное исследование актуально. Стоит также отметить большую самостоятельность диссертанта в выборе темы и проводимых исследованиях.

Диссертация содержит 89 страниц и состоит из введения и 7 глав. Список литературы содержит 44 работы, из которых три принадлежат Баскову И.С..

Автореферат соответствует содержанию диссертации, точно отражая все основные положения и полученные результаты.

Результаты диссертационной работы, выносимые на защиту, получены автором лично, являются новыми, строго доказаны и опубликованы со всеми нужными подробностями в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих положению о присуждении учёных степеней.

Конструкции и доказательства диссертационной работы показывают хороший уровень подготовленности диссертанта в этой области современной математики, а также общий уровень математической культуры. Диссертация изложена ясным языком и достаточно объемно и иллюстративно оформлена.

Диссертация отвечает требованиям, установленным положением о присуждении учёных степеней. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3. «Геометрия и топология» (по физико-математическим наукам). Таким образом, я считаю, что соискатель Басков Игорь Сергеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. «Геометрия и топология».

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений
механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова
Контактные данные:
тел. 7(495)939-39-40, e-mail: alexander.zheglov@math.msu.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация: 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

Адрес места работы:
119991, г. Москва, Ленинские горы, д.1, МГУ им. М.В. Ломоносова,
механико-математический факультет

12.05.2026 А. Б. Жеглов

Подпись А.Б. Жеглова удостоверяю:

Нач. отдела кадров: Соколова Т.Д.