«Утверждаю»

Директор ФГБУН Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
д.т.н., академик РАН

_____ Д. А. Новиков

«30 » апреля 2026

ОТЗЫВ

ведущей организации федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук» на диссертационную работу Баскова Игоря Сергеевича «Когомологии де Рама мягких функциональных алгебр», выполненную в Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук под руководством кандидата физико-математических наук Подкорытова Семёна Сергеевича, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 «Геометрия и топология»

На отзыв диссертационным советом 24.1.167.03 представлены материалы по диссертационной работе Баскова Игоря Сергеевича:

Автореферат объемом 18 страниц.

Диссертационная работа объемом 89 страниц, состоящая из введения, семи глав и списка литературы, включающего 44 наименования.

Актуальность темы диссертационной работы

Представленная диссертационная работа посвящена когомологиям де Рама алгебр, возникающих как алгебры функций на топологических пространствах. Тематика работы находится на стыке геометрии и топологии, коммутативной алгебры, теории пучков и гомологической алгебры. Центральный вопрос диссертации состоит в том, как когомологии алгебраического комплекса де Рама, построенного по алгебре функций на пространстве, связаны с когомологиями самого пространства.

Актуальность выбранной темы определяется несколькими обстоятельствами. Во-первых, классическая аналогия между геометрическими объектами и алгебрами функций на них является одной из базовых идей современной геометрии: компактное хаусдорфово пространство восстанавливается по алгебре непрерывных вещественнозначных функций, гладкое многообразие - по алгебре гладких функций, а аффинные алгебраические многообразия изучаются через алгебры регулярных функций. Во-вторых, для регулярных функций на неособых алгебраических многообразиях и для гладких дифференциальных форм имеются классические теоремы сравнения, однако для алгебраических форм де Рама, построенных по алгебрам гладких, непрерывных, кусочно-полиномиальных или полиномиальных функций, ситуация существенно тоньше.

Во введении диссертации подробно мотивируется необходимость такого исследования. Алгебраические формы де Рама для алгебры гладких функций на многообразии существенно отличаются от обычных гладких форм; результаты Осборна и Гомеса показывают, что естественная проекция на классический комплекс де Рама в общем случае не является изоморфизмом. Поэтому остаются содержательные вопросы о канонических отображениях между алгебраическими когомологиями де Рама функциональных алгебр и когомологиями пространств, об их мультипликативности и о точных условиях, при которых такие сравнения являются изоморфизмами.

Рассматриваемая проблематика имеет самостоятельное значение для алгебраической топологии и геометрии, а также связана с некоммутативной дифференциальной геометрией, где формы де Рама на алгебрах служат одним из основных способов алгебраического описания геометрических структур. Поэтому тема диссертации является актуальной и соответствует современным направлениям исследований в геометрии и топологии.

Основные результаты работы и их научная новизна

Основные результаты диссертации заключаются в построении и исследовании естественных отображений, связывающих когомологии пространства с когомологиями алгебраического комплекса де Рама соответствующей алгебры функций.

1) Для мягкого пучка алгебр на компактном хаусдорфовом пространстве построено естественное отображение из когомологий пространства в когомологии алгебраического комплекса де Рама глобальных сечений пучка. Доказана его естественность относительно морфизмов окольцованных пространств. Для пучка гладких функций установлена совместимость с

классическим изоморфизмом де Рама и с проекцией алгебраических форм на обычные гладкие формы; отсюда получена сюръективность соответствующего отображения на когомологиях.

2) Для произвольного топологического пространства и подалгебры непрерывных вещественнозначных функций построено естественное отображение из алгебраических когомологий де Рама в когомологии пространства. Конструкция использует липшицеву локальную стягиваемость алгебраических множеств и естественна относительно согласованных отображений пространств и гомоморфизмов алгебр функций.

3) Для компактного хаусдорфова пространства и мягкого подпучка алгебр непрерывных функций доказана основная теорема о расщеплении: композиция двух построенных отображений является тождественным отображением на когомологиях пространства. Следовательно, стандартные когомологии канонически выделяются прямым слагаемым в алгебраических когомологиях де Рама соответствующей функциональной алгебры.

4) Доказана мультипликативность обоих отображений сравнения. Из этого следует согласованность не только с группами когомологий, но и с кольцевыми структурами, что важно для топологических и гомотопических приложений.

5) Для пучка кусочно-полиномиальных функций на полиэдре доказано, что оба отображения сравнения являются изоморфизмами. Таким образом, для этой естественной алгебры функций алгебраические когомологии де Рама точно восстанавливают когомологии полиэдра.

6) Для алгебры полиномиальных функций на комбинаторном симплициальном комплексе доказано, что естественный морфизм из алгебраического комплекса де Рама в комплекс полиномиальных дифференциальных форм Сулливана является квазиизоморфизмом. Этот результат исправляет отмеченное во введении ошибочное вычисление в литературе и уточняет связь между алгебраическими формами де Рама и формами Сулливана.

7) Получены результаты, показывающие, что в общем случае построенные отображения сравнения не обязаны быть изоморфизмами. Для функциональных алгебр с достаточно богатым семейством экспоненциальных функций доказаны нетривиальность высших алгебраических когомологий де Рама.

Диссертация состоит из введения и семи глав. Первая глава содержит предварительные сведения о гиперкогомологиях, алгебраических множествах, пучках сингулярных коцепей, алгебраических формах де Рама и комбинаторных симплициальных комплексах. Во второй главе строится первое отображение сравнения и доказывается результат о расщеплении для алгебры гладких функций. В третьей главе строится второе отображение сравнения и доказывается основная теорема о расщеплении для мягких функциональных алгебр. Четвертая глава посвящена мультипликативности построенных

отображений. В пятой и шестой главах рассматриваются кусочно-полиномиальные и полиномиальные функции. Седьмая глава анализирует нулевые когомологии и случаи, когда построенные отображения не являются изоморфизмами.

Полученные в работе результаты являются новыми, содержательно развивают известные работы Осборна, Гомеса, Кана - Миллера, Сулливана и других авторов, а также дают единый аппарат сравнения топологических когомологий с когомологиями алгебраических комплексов де Рама функциональных алгебр.

Практическая значимость работы

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях по алгебраической топологии, геометрии и коммутативной алгебре, в частности при изучении когомологий функциональных алгебр, мягких пучков алгебр, полиномиальных форм Сулливана и алгебраических моделей топологических пространств.

Построенные в диссертации отображения сравнения, а также доказанные теоремы о расщеплении и изоморфизмах для кусочно-полиномиальных и полиномиальных функций, могут служить инструментами дальнейшего анализа алгебраических моделей пространств и для исследования вопросов, возникающих в некоммутативной дифференциальной геометрии.

Достоверность полученных результатов

Достоверность результатов обеспечивается строгими доказательствами, приведенными в тексте диссертации, а также использованием стандартного и хорошо разработанного аппарата современной математики: когомологий пучков, гиперкогомологий, симплициальных объектов, коммутативной алгебры, кусочно-линейной топологии, геометрической теории интегрирования Уитни и теории полиномиальных дифференциальных форм.

Основные результаты диссертации опубликованы в трех работах, указанных автором во введении. Результаты докладывались на семинарах «Деформационное квантование и квантовые группы», «Некоммутативная геометрия и топология», семинаре отдела геометрии и топологии МИАН «Геометрия, топология и математическая физика», Третьей конференции математических центров, Петербургском топологическом семинаре им. В. А. Рохлина, Петербургском геометрическом семинаре им. А. Д. Александрова и других научных мероприятиях.

Соответствие паспорту специальности

Диссертационная работа И. С. Баскова «Когомологии де Рама мягких функциональных алгебр» соответствует критериям, определенным пп. II.9-II.14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842 (ред. от 28.08.2017), и оформлена согласно требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук

Используемые в работе методы и полученные результаты относятся к специальности 1.1.3 «Геометрия и топология». Основное содержание диссертации связано с алгебраической топологией, когомологиями пространств, формами де Рама, симплициальными и пучковыми методами, а также с геометрическими и топологическими аспектами функциональных алгебр.

Замечания по работе

Диссертация написана хорошим математическим языком, структура работы логична, основные результаты сформулированы ясно. Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы. Работа носит теоретический характер, и к замечаниям можно отнести следующее:

1. Для ясности изложения было бы полезно добавить больше явных вычислительных примеров, демонстрирующих действие построенных отображений сравнения на простых пространствах и алгебрах функций.
2. Было бы полезно лучше разобрать возможные следствия из работы для других смежных разделов математики, в частности для некоммутативной геометрии и алгебраической топологии.
3. Могли бы быть расширены вступительные части работы и дано более подробное введение в теоретическую часть.

Указанные замечания не снижают общей высокой оценки диссертационной работы и не влияет на значимость и достоверность полученных результатов.

Рекомендации по внедрению и дальнейшему развитию работы

Результаты диссертации могут быть рекомендованы к использованию в научно-исследовательских работах по геометрии, топологии, коммутативной и гомологической алгебре, а также при разработке специальных курсов для студентов старших курсов и аспирантов, посвященных когомологиям де Рама,

когомологиям пучков, рациональной гомотопической теории и алгебраическим моделям топологических пространств.

Общая оценка работы

Тема диссертации является актуальной, работа обладает научной новизной, а полученные результаты имеют существенное теоретическое значение для геометрии, топологии и смежных разделов современной математики. Указанные выше замечания не влияют на положительную оценку диссертационной работы И. С. Баскова.

Обоснованность результатов и защищаемых положений диссертации, их научная и практическая ценность сомнений не вызывают.

Исходя из сказанного, диссертационная работа И. С. Баскова «Когомологии де Рама мягких функциональных алгебр» соответствует критериям, определенным пп. II.9-II.14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842 (ред. от 28.08.2017), и требованиям к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук.

Автор диссертации, Басков Игорь Сергеевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 «Геометрия и топология».

Диссертационная работа и отзыв рассмотрены и обсуждены на заседании семинара лабораторий № 06 и № 82 Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук» 19 марта 2026 г.

Присутствовало 8 человек, с правом решающего голоса - 7 человек.
Результаты голосования: «за» - 7 чел., «против» - 0 чел., «воздержалось» - 0 чел. Протокол № 1 от «19» марта 2026 г.

Председатель семинара лаборатории № 06 ИПУ РАН и № 82 ИПУ РАН
д.ф.-м.н., профессор МГУ им. М. В. Ломоносова
_____ Кушнер Алексей Гурьевич

Отзыв подготовил
Арутюнов Андроник Арамович
ведущий научный сотрудник лаборатории № 06 ИПУ РАН, д.ф.-м.н.

Адрес: Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65
Телефон: +7 (903) 532-34-66, e-mail: andronick.arutyunov@gmail.com

Согласен на включение моих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.

_____ Арутюнов Андроник Арамович

Организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук»
Почтовый адрес: Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65
Телефон: +7 495 334-89-10, факс: +7 495 334-93-40, +7 499 234-64-26
E-mail: dan@ipu.ru

