ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.167.03 НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК.

аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета от 18.06.2026 № 15

О присуждении **Балкановой Ольге Германовне**, гражданке Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация **"L-функции симметрического квадрата"** на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.5 - математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, принята к защите «12» марта 2026 г., протокол № 8 диссертационным советом 24.1.167.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук (119991, г. Москва, ул. Губкина, д.8; приказ № 1838/нк от 26.09.2023).

Соискатель Балканова О.Г., 1988 года рождения, диссертацию «The fourth moment of automorphic L-functions of at prime power level» («Четвёртый момент автоморфных L-функций примарного уровня») на соискание ученой степени PhD (Dottorato di ricercar) защитила в 2015 году в Миланском университете (Università degli Studi di Milano). С 2019 г. Балканова О.Г. работает в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук в должности научного сотрудника отдела теории чисел, где и подготовлена диссертация.

Официальные оппоненты:

Всемирнов Максим Александрович - доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, доцент, директор Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук (специальность — 01.01.06);

Илларионов Андрей Анатольевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор факультета математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики» (специальность 01.01.06);

Шутов Антон Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры "Вычислительной техники и систем управления" Института информационных технологий и электроники Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (специальность 1.1.5),

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (г. Москва) в своем положительном заключении, утвержденном проректором по научной работе ФГАОУ ВО «МАИ», доктором технических наук А.В. Ивановым указала, что диссертация О.Г. Балкановой представляет собой глубокое исследование важных и актуальных тем современной аналитической теории чисел, в ней достигнут значительный прогресс в направлении доказательства значимых и очень сложных гипотез Петридиса-Ризагера (о спектральной экспоненциальной сумме) и Рудника-Сарнака (о строгой квантовой эргодичности), получены новые результаты об L-рядах Загира. Диссертация О.Г. Балкановой удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук.

Соискатель имеет 28 опубликованных научных работ, в том числе 11 - по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК.

1. О. Г. Балканова. Асимптотика гипергеометрической функции Гаусса, возникающей в моментах L-функций симметрического квадрата I, Матем. заметки, 119:3 (2026), 339-349.

2. О. Г. Балканова. Первый момент L-функций симметрического квадрата модулярных форм, Матем. сб., 216:9 (2025), 3-20.

3. О. Г. Балканова. Формула спектрального разложения и моменты L-функций симметрического квадрата, Изв. РАН. Сер. матем., 87:4 (2023), 3-46.

4. O. Balkanova. The first moment of Maass form symmetric square L-functions, Ramanujan J., 55 (2021), 761-781.

5. O. Balkanova and D. Frolenkov. The mean value of symmetric square

L-functions, Algebra Number theory 12:1 (2018), 35-59.

6. O. Balkanova and D. Frolenkov. Convolution formula for the sums of generalized Dirichlet L-functions, Rev. Mat. Iberoam. 35:7 (2019), 1973-1995.

7. O. Balkanova and D. Frolenkov. Bounds for a spectral exponential sum, J. Lond. Math. Soc. 99:2 (2019), 249-272.

8. O. Balkanova and D. Frolenkov. Non-vanishing of Maass form symmetric square L-functions, J. Math. Anal. Appl., 500:2 (2021), 125148 , 23 pp.

9. O. Balkanova and D. Frolenkov. An explicit formula for the second moment of Maass form symmetric square L-functions. Publ. Mat. 67 (2) 611--660, 2023.

10. O. Balkanova and D. Frolenkov. A Voronoi summation formula for non-holomorphic Maass forms of half-integral weight}, Monatsh. Math. 203 (2024), 733-764.

11. O. Balkanova and D. Frolenkov. Hybrid subconvexity for Maass form symmetric-square L-functions, Proc. R. Soc. Edinb. A: Math., published online, DOI: https://doi.org/10.1017/prm.2025.10113.

По совместным с Фроленковым Д.А. публикациям получено заявление о разделении вклада в публикациях.

Других отзывов на диссертацию и автореферат не поступало.

Выбор официальных оппонентов обосновывается тем, что они являются высококвалифицированными специалистами в области физико-математических наук, авторами значимых работ по теории чисел.

М. А. Всемирнов — ведущий специалист в области алгебры, теории чисел и логики. Одно из направлений его исследований — фундаментальные вопросы

комбинаторной теории групп, в частности — проблема порождаемости классических и простых групп элементами малых порядков. В области теории чисел его работы посвящены комбинаторным свойствам и вопросам делимости биномиальных коэффициентов и их обобщений, а также исследованию условий, при которых последовательности (типа чисел Фибоначчи) могут быть заданы диофантовыми уравнениями. М. А. Всемирнов доказал существование бесконечного подмножества простых чисел, которое можно представить как множество положительных значений многочлена всего от 8 переменных, что до сих пор остается мировым рекордом по количеству переменных. (Всемирнов М. А. Бесконечные множества простых чисел, допускающие диофантовы представления с восемью переменными // Записки научных семинаров ПОМИ, 1995, т. 220, с. 36–48.) Кроме того, М.А. Всемирновым доказана полиномиальная версия известной гипотезы Эрдеша-Вудса. (Vsemirnov M. A. The Woods–Erdős conjecture for polynomial rings // Annals of Pure and Applied Logic, 2003, vol. 120, no. 1-3, pp. 239–255.) Ему также принадлежит полное доказательство гипотезы Чапмена о значениях определителей матриц, составленных из символов Лежандра. (Vsemirnov M. A. On the Chapman’s "evil determinant" conjecture // Linear Algebra and its Applications, 2003, vol. 359, no. 1-3, pp. 101–118.)

А.А. Илларионов — ведущий специалист в области аналитической теории чисел. Его ключевой вклад заключается в изучении статистических и геометрических свойств числовых решеток, а также в развитии теории многомерных непрерывных дробей (через анализ полиэдров Клейна). Он активно занимается задачей оптимизации численного интегрирования, улучшая оценки точности так называемых квадратурных формул Коробова, которые позволяют эффективно вычислять сложные многомерные интегралы. Его работы по диофантовым приближениям помогают глубже понять, как распределяются дробные доли чисел и как устроены фундаментальные структуры в теории чисел. Кроме того, А.А. Илларионов проводит исследования в области теории специальных функций и их уравнений (А. А. Илларионов, “Решение функциональных уравнений, связанных с эллиптическими функциями”, Аналитическая теория чисел, Сборник статей. К 80-летию со дня рождения Анатолия Алексеевича Карацубы, Труды МИАН, 299, МАИК «Наука/Интерпериодика», М., 2017, 105–117).

А.В. Шутов — ведущий специалист в области теории чисел и дискретной математики. Его основные исследования лежат в области метрической и комбинаторной теории чисел, в частности, он изучает системы счисления, связанные с линейными рекуррентными последовательностями (например, последовательности Фибоначчи и разложения Островского). Одна из его ключевых работ посвящена обобщению классической задачи Гельфонда о распределении суммы цифр (А.В. Шутов, “О спектре задачи Гельфонда для разложений Островского”. Математические заметки, 2026, том 119, выпуск 1). Также в работах А.В. Шутова исследуется классическая задача теории диофантовых приближений — насколько равномерно дробные части чисел распределены на отрезке (А.В. Шутов, «Локальные отклонения в проблеме распределения последовательности {kα}». Математические заметки, 2021, том 109, выпуск 3, с. 444–456). Кроме того, А.В. Шутов — автор работ по геометрической теории чисел. В одной из них он описывает, как можно разрезать многомерный тор на части так, чтобы при его «вращении» (сдвигах) точки попадали в эти части максимально предсказуемым образом. (А.В. Шутов. «Разбиения тора и множества ограниченного остатка». Известия Российской академии наук. Серия математическая, 2014, том 78, выпуск 2, с. 211–224).

Выбор ведущей организации обосновывается тем, что она является авторитетным научно-образовательным центром с многолетним опытом. Ее деятельность охватывает фундаментальные и прикладные исследования, а штат включает признанных экспертов в области теории чисел.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований разработаны новые методы изучения моментов L-функций симметрического квадрата, благодаря которым получены эффективные оценки на пропорцию ненулевых центральных L-значений, новые гибридные оценки на порядок роста L-функций симметрического квадрата форм Мааса на критической прямой, предложен новый подход к исследованию спектральной экспоненциальной суммы, получены точные формулы для средних значений L-рядов Загира.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

- доказаны новые асимптотические формулы для первого момента L-функций симметрического квадрата модулярных форм в аспектах веса и уровня;
- доказана новая нижняя оценка на пропорцию ненулевых центральных значений L-функций симметрического квадрата форм Мааса в коротких интервалах;
- получены новые оценки на спектральную экспоненциальную сумму;
- получены формулы спектрального разложения для сумм L-рядов Загира;
- доказаны новые формулы Вороного для коэффициентов Фурье неголоморфных форм Мааса полуцелого веса;
- доказана новая гибридная верхняя оценка для L-функций симметрического квадрата форм Мааса на критической прямой.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что результаты диссертации обоснованы строгими математическими доказательствами и получены с корректным использованием методов аналитической теории чисел и комплексного анализа.

Личный вклад соискателя состоит в самостоятельном получении результатов диссертационного исследования, их апробации на научных семинарах, международных и всероссийских конференциях, в подготовке публикаций по теме диссертации.

В ходе защиты диссертации были высказаны следующие критические замечания: раздел, посвященный истории рассматриваемых вопросов и актуальности, стоило бы значительно расширить; в тексте диссертации присутствуют незначительные опечатки, иногда используются нестандартные обозначения и не общепринятая терминология; в главе 9 не выписан явный вид главного члена формулы Вороного в нуле (данный случай в рамках последующего анализа не встречается и не влияет на другие результаты диссертации); естественным образом можно было бы объединить главы 9, 10 и 11.

Соискатель Балканова О.Г. согласилась с замечаниями, ответила на задаваемые ей в ходе заседания вопросы и привела собственную аргументацию.

На заседании 18 июня 2026 г. диссертационный совет принял решение за разработку теоретических положений, совокупность которых можно

квалифицировать как крупное научное достижение, присудить Балкановой О.Г. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 19 человек, из них 10 докторов наук по научной специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, участвовавших в заседании, из 22 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за **19**, против **нет**.

Председатель диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН, профессор

Прохоров Юрий Геннадьевич

Ученый секретарь диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук

Осипов Денис Васильевич

18 июня 2026 года