Отзыв официального оппонента
о диссертационной работе Вишникина Максима Евгеньевича
"Категориальные грамматики с ограничением на количество присваиваемых типов",
представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра,
теория чисел и дискретная математика

В категориальных грамматиках каждому символу алфавита присваивается произвольное число категорий (типов), построенных из некоторого множества "примитивных типов" при помощи двух операций — правого и левого делений. Слово лежит в порождаемом языке, если существует выбор категорий, при котором соответствующая строка сокращается до некоторой выбранной результирующей категории. Понятие категориальной грамматики впервые определено Айдукевичем, а в более современной форме — Бар-Хиллелом (поэтому они известны как AB-грамматики).

Бар-Хиллел, Гайфман и Шамир доказали, что класс языков, порождаемых категориальными грамматиками, совпадает с классом всех контекстно-свободных языков без пустого слова. Этот класс языков важен как для теоретической информатики (формальные языки, синтаксис языков программирования), так и для анализа естественных языков. В отличие от формализма контекстно-свободных грамматик, формализм категориальных грамматик по стилю ближе к теории типов и математической логике.

Диссертационная работа Вишникина М.Е. посвящена исследованию алгебраических и алгоритмических вопросов о категориальных грамматиках с ограничением на количество присваиваемых типов. В частности, подробно изучены классы базовых категориальных грамматик $\mathcal{G}^k$, присваивающих каждому символу не более k типов, и соответствующие классы языков $\mathcal{L}^k$. Подобные задачи для более широких классов категориальных грамматик активно изучались и изучаются рядом авторов (включая Ламбека, Пентуса, Канадзаву, Диковского, Дехтяря, Форе, Сафиуллина, Кузнецова, Охотина), что свидетельствует об актуальности темы данной работы.

В качестве основных результатов диссертации можно выделить следующие.

1. Доказано, что иерархия $\{\mathcal{G}^k\}_{k\geq 1}$ не схлопывается, т.е. каждый уровень содержит грамматику, язык которой не порождается никакой грамматикой из более низких уровней (теорема 1.4.7).

2. Доказано, что класс языков $\mathcal{L}^1$ не замкнут относительно операций объединения, пересечения, конкатенации, и итерации Клини (теоремы 2.2.2 — 2.2.6).

3. Доказано, что любой контекстно-свободный язык сводится посредством гомоморфизма к некоторому языку, распознаваемому AB-грамматикой с однозначным присвоением типов (теорема 2.3.18), а также эквивалентен по сводимости гомоморфизмами подходящему языку из $\mathcal{L}^2$ (теорема 2.4.2).

4. Доказана алгоритмическая неразрешимость некоторых классических алгоритмических задач для категориальных грамматик из $\mathcal{G}^2$ (теорема 3.1.1), а также задачи проверки пустоты пересечения двух языков, порождаемых базовыми категориальными грамматиками из $\mathcal{G}^1$ (3.2.7), в последнем случае — над фиксированным алфавитом из 11 букв.

5. Доказана алгоритмическая неразрешимость задачи проверки включения языков, заданных AB-грамматиками с однозначным присвоением типов (теорема 3.3.2, задача поставлена в статье Форе от 2004 г.).

Совокупность полученных в диссертации результатов представляется заметным продвижением в теории категориальных грамматик. Наряду с доказательством нескольких нетривиальных результатов (включая решение явно поставленного примерно 20 лет назад в зарубежной литературе вопроса), разработаны новые методы исследования (прежде всего техника сведения языков посредством гомоморфизмов).

Диссертационная работа Вишникина М.Е. хорошо структурирована, она состоит из введения, трех глав, заключения и библиографического списка. Во введении сделан неформальный обзор структуры результатов диссертации, а также краткий исторический обзор изучаемой области.

Первая глава содержит определения основных изучаемых классов грамматик и формулировки некоторые известных результатов, варианты которых изучаются в дальнейшем. Наряду с определениями в этой главе доказывается теорема 1.4.7 о несхлопываемости иерархии $\{\mathcal{G}^k\}_{k\geq 1}$.

Во второй главе разработаны основные технические инструменты, применяемые в этой и в следующей главе. Сперва доказывается существование счетчиковых инвариантов для сокращения произвольной строки типов, с помощью которых и интерпретаций в свободной группе доказывается, что класс $\mathcal{L}^1$ не замкнут относительно нескольких естественных операций на языках (теоремы 2.2.2 — 2.2.6). Далее разработана нетривиальная техника построения сводящих гомоморфизмов, на основе которой доказываются теоремы о сведении посредством гомоморфизмов контекстно-свободных языков к языкам, заданным AB-грамматиками с однозначным присвоением типов, а также аналогичной теоремы для языков, заданных грамматиками из класса $\mathcal{L}^2$ (теоремы 2.3.18 и 2.4.2).

Разработанная в главе 2 техника использована в главе 3 для доказательства неразрешимости нескольких естественных алгоритмических задач о базовых категориальных грамматиках. Этот круг результатов интересен тем, что их доказательство требует привлечения различных техник из главы 2. Так, доказательство теоремы 3.1.1 легко вытекает из теоремы 2.4.2 (утверждающей существование эквивалентности по гомоморфной сводимости) и известных результатов о контекстно свободных грамматиках. Доказательство теорем 3.2.6 и 3.2.7 так просто не получается, поскольку неприменима теорема 2.4.2. Однако использование теоремы 2.3.18 позоляет построить нетривиальное сведение задачи соответствий Поста (неразрешимость которой известна) к соответствующим задачам об AB-грамматиках. Аналогичное рассуждение с привлечением новых идей приводит к доказательству теоремы 3.3.2, решающей вопрос из статьи Форе 2004 г.

В заключении подытожены основные результаты проделанной работы, указаны направления возможных дальнейших исследований, и сформулированы конкретные открытые вопросы, связанные с результатами диссертации.

С точки зрения математического содержания оформление очень хорошее, благодаря полным и точным рассуждениям и разумному структурированию результаты приятно читать и удобно проверять. Однако есть стилистические, орфографические и пунктуационные недочеты, ошибки и опечатки, среди которых отмечу следующие:

1. Описание целей исследования на с. 9 диссертации и на с. 7 автореферата выглядит невнятным, скорее это похоже на часть содержания работы. Правда, цели абсолютно понятны из близкого контекста.

2. В описании задач исследования явно упомянута только одна задача, хотя контекст неявно упоминает несколько таких задач.

3. Описание теоретической и практической значимости на с. 9 диссертации и на с. 8 автореферата содержит фразу “Некоторые результаты могут иметь практичское применение...”, в котором лучше было бы перечислить эти результаты конкретно.

4. Описание методов исследования на с. 9 диссертации и на с. 8 автореферата также содержит слишком общие фразы типа “методы математической логики”, которые совсем несложно можно было конкретизировать.

5. В начале п. 3.1 и в других местах имеются нестандартные фразы типа “имеет место сведение в обе стороны”, которые легко стандартизировать использованием обычного понятия эквивалентности по сводимости гомоморфизмами.

6. Заголовок “Теорема 2.2.4–6” выглядит очень нестандартно, его легко можно было стандартизировать.

7. В нескольких местах (например, строка перед определением 1.1.5 на с. 24 и строке 9 на с. 39) пропущены запятые.

Указанные недостатки ни в коем случае не умаляют достоинств работы, содержащей ряд важных нетривиальных результатов, имеющих теоретическое значение и потенциал для дальнейшего развития.

Таким образом, в диссертационной работе Вишникина М.Е. решены несколько интересных, актуальных и важных задач, что подтверждает эффективность разработанных в ней методов. Полученные результаты являются новыми, актуальными и снабжены подробными и убедительными доказательствами. Основные результаты опубликованы в трех статьях в рецензируемых журналах, что соответствует требованиям ВАК. Кроме того, они апробированы посредством докладов на нескольких конференциях с опубликованием тезисов.

Считаю, что диссертация Вишникина Максима Евгеньевича “Категориальные грамматики с ограничением на количество присваиваемых типов” является качественно оформленной завершенной научной работой, автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации. Диссертация соответствует профилю специальности 1.1.5 “математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика” и критериям “Положения о порядке присуждения ученых степеней” (п.9 Положения, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842). Ее автор Вишникин Максим Евгеньевич заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по этой специальности.

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук
(специальность 01.01.06 – математическая
логика, алгебра и теория чисел),
профессор факультета математики
и компьютерных наук Санкт-Петербургского
государственного университета,
199034, г. Санкт-Петербург,
Университетская набережная, д. 7–9
vseliv@yandex.ru, +7(905)9588572

18.08.2025

Селиванов Виктор Львович

Подпись руки Селиванова В.Л. удостоверяю
21.08.2025

ЗАМЕСТИТЕЛЬ НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ ГУОРП
ХОМУТСКАЯ Л. Н.