Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
**«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
(МФТИ, Физтех)**

Юридический адрес: 117303, г. Москва,
ул. Керченская, дом 1 А, корпус 1
Почтовый адрес: 141700, Московская обл.,
г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9
Тел.: +7(495) 408-42-54, факс: +7(495) 408-68-69
info@mipt.ru

02.09.2025 № 1.08-05/9682

на №_____ от_____

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

_____Баган Виталий
Анатольевич

«02» 09 2025 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию **Вишникина Максима Евгеньевича** «Категориальные грамматики с ограничением на количество присваиваемых типов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Диссертация исследует различных классы формальных языков и порождающих их категориальных грамматик. Для них решается ряд структурных и алгоритмических проблем.

Категориальные грамматики, наряду с порождающими грамматиками, являются одним из двух основных классов формальных грамматик, на основе которых строятся все виды грамматик в современной математической и прикладной лингвистике. В диссертации основное внимание уделяется AB-грамматикам, восходящим к работам Айдукевича (1935) и Бар-Хиллела (1953). В них грамматические типы строятся из конечного числа базовых при помощи операций левого и правого деления. Более конкретно, изучаются AB-грамматики с ограничениями на множество присваиваемых типов и на количество типов, присваиваемых одному символу.

Область исследования диссертации находится на стыке комбинаторики слов и теории алгоритмов. Актуальность темы подтверждается большим числом работ в данной области, создавших красивую и стройную теорию, а также разнообразным кругом трудных математических проблем, решенных и открытых. В этой связи следует отметить классические результаты о совпадении классов

языков, порождаемых категориальными и контекстно-свободными грамматиками, о связи классов языков и распознающих их конечных автоматов, о сложности разрешения различных видов языков и др.

Грамматики с ограничениями на число присваеваемых типов рассматривались ранее рядом авторов. В частности, Сафиуллин установил (2007), что грамматики Ламбека с однозначным присвоением типов порождают контекстно-свободные языки без пустого слова (как и все грамматики Ламбека). АВ-грамматики с однозначным присвоением типов изучались Бушковским (1987), Канадзавой (1996) и Форе (2004). Но вопрос о том, какие языки ими порождаются, оставался открытым, как и ряд других естественных вопросов об этих грамматиках.

В диссертации изучается и другой специальный класс АВ-грамматик – базовые категориальные грамматики, в которых деление допускается только на примитивные типы. Для этих грамматик решаются аналогичные алгоритмические и классификационные вопросы.

Более конкретно, в главе 1 диссертации вводятся базовые категориальные грамматики $\mathcal{G}^k$ с условием присвоения не более k типов одному символу и соответствующая иерархия языков $\mathscr{L}^k$. Доказана теорема о нетривиальности этой иерархии.

Во главе 2 доказана незамкнутость класса $\mathscr{L}^1$ относительно большинства естественных операций на языках. Затем рассмотрены АВ-грамматики с однозначным присвоением типов. Построено гомоморфное сведение контекстно-свободных языков к языкам, заданным такими грамматиками. Для класса $\mathscr{L}^2$ доказан более сильный результат: любой контекстно-свободный язык эквивалентен по сводимости некоторому языку из $\mathscr{L}^2$.

В главе 3 исследуются алгоритмические свойства грамматик, введённых в главе 1. Доказано, что для грамматик класса $\mathcal{G}^2$ неразрешимы классические алгоритмические задачи: проверка совпадения двух порождаемых языков, проверка регулярности порождаемого языка. Для грамматик класса $\mathcal{G}^1$ также получены результаты о неразрешимости. В частности, доказана неразрешимость проблемы пустоты пересечения языков, заданных грамматиками из $\mathcal{G}1$, даже при фиксированном алфавите из 11 символов (теорема 3.2.9). Эта теорема усиливает аналогичный результат Форе (2004) для АВ-грамматик в алфавите из 63 символов.

Благодаря теореме сведения из главы 2, на однозначные АВ-грамматики переносится классический результат Грейбах о самом трудном языке и доказывается неразрешимость проблемы включения для двух порождаемых языков.

В диссертации применяются разнообразные методы и результаты теории формальных языков, алгебры и теории алгоритмов. В частности, неразрешимость в главе 3 доказывается с помощью сведения к проблеме соответствий Поста, а структурные результаты из главы 1 – с помощью интерпретаций в свободных

группах. В главе 2 предложено оригинальное кодирование множественного присвоения типов за счет единственной строки.

Работа носит теоретический характер. Разработанные в ней методы могут быть использованы в дальнейших исследованиях в теории формальных языков и теории алгоритмов.

Все результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и опубликованы в рецензируемых научных журналах в 3 статьях без соавторов. Результаты также докладывались на международных научных конференциях в 2021-2025 гг.

Текст диссертации написан достаточно ясно и аккуратно. Имеются лишь мелкие неточности. Например, на стр. 42 сказано: «Значит, очевидно, что для произвольного языка L его дополнение … не задается никакой БКГ». Но здесь надо добавить, что L не содержит пустого слова.
На стр. 84 строка 3 сн. фразу «Иначе говоря, $L_x \cap L_y = \emptyset$» следует заключить в скобки, поскольку она поясняет одно из двух равносильных утверждений.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации. Полученные в ней результаты могут использоваться в научных исследованиях в Московском и Санкт-Петербургском государственных университетах, Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, его Санкт-Петербургском отделении, Институте математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения РАН, и других научных центрах.

Диссертация отвечает требованиям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. N 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Вишникин Максим Евгеньевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Отзыв на диссертацию обсуждён и одобрен на расширенном научном семинаре Высшей школы современной математики МФТИ, Физтех
« 20 » августа 2025 г., протокол № 08/2025/1.

Доктор физ.-мат. наук _____ Шехтман Валентин Борисович

Почтовый адрес: 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер.,9
Телефон: 8 (498) 713-92-58,
Адрес электронной почты: shekhtman.vb@mipt.ru
Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», Высшая школа современной математики
Должность: главный научный сотрудник
Web-сайт организации: https://mipt.ru

Подпись руки В. Б. Шехтмана
заверяю:
Администратор канцелярии
Административного отдела
О. А. Кораблева