Отзыв научного руководителя
о диссертации Максима Евгеньевича Вишникина
«Категориальные грамматики с ограничением на количество присваиваемых типов»
на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел
и дискретная математика

Диссертация М.Е. Вишникина относится к теории формальных языков и посвящена категориальным грамматикам. Категориальные грамматики образуют одно из семейств формализмов, используемых для конечного описания формальных языков; в категориальной грамматике для установления принадлежности слова языку используется выводимость связанной с ним логической формулы (секвенции) в специально построенной неклассической логике. От выбора данной логики существенно зависит рассматриваемый класс грамматик: так, появляются категориальные грамматики Ламбека, грамматики зависимостей, комбинáторные категориальные грамматики и т.д. Работа Вишникина посвящена наиболее простым формализмам — базовым категориальным грамматикам и AB-грамматикам (грамматикам Айдукевича – Бар-Хиллела). Ввиду ограниченности выразительных возможностей этих классов грамматик полученные Вишникиным результаты об алгоритмической неразрешимости связанных с ними задач становятся интересными и глубоко нетривиальными.

И базовые категориальные грамматики, и AB-грамматики задают тот же класс языков, а именно контекстно-свободные языки без пустого слова. В диссертации, однако, рассматриваются более узкие классы грамматик, в которых каждому символу алфавита разрешено сопоставить не более k типов. Здесь k — фиксированное натуральное число; особый интерес представляют случаи $k = 1$ и $k = 2$. Данные ограничения существенно сужают класс задаваемых грамматиками языков. (Отметим, что для более богатого класса грамматик Ламбека даже при $k = 1$, т.е. для грамматик с однозначным присвоением типов, получаются все контекстно-свободные языки без пустого слова [Сафиуллин 2007].) С другой стороны, преимуществом данных ограниченных классов является их обучаемость в смысле Голда [Kanazawa 1996], т.е. существование обучающих алгоритмов, позволяющих «угадать грамматику в пределе» по конечным частям задаваемого ей языка. Класс контекстно-свободных языков обучаемым по Голду не является. Таким образом, классы категориальных грамматик с ограничениями на количество присваиваемых типов представляют собой интересный объект для исследования. Для случая базовых категориальных грамматик соответствующие ограниченные классы обозначаются $\mathcal{G}^k$.

Основная часть диссертации составлена из трёх глав. В первой главе введены необходимые понятия и доказан первый основной результат диссертации: классы языков, заданных грамматиками из класса $\mathcal{G}^k$, образуют строгую иерархию по параметру k. Во второй главе сосредоточен основной технический инструментарий работы, а именно, счётчиковые инварианты, интерпретации в свободной группе и, главное, техника сведéния посредством гомоморфизмов более широких классов языков к более узким. Данная техника весьма нетривиальна и состоит в построении конкретных последовательностей типов с заданными свойствами редукций, с помощью которых моделируется множественное присваивание, которое в ограниченных классах грамматик запрещено. (Эти построения чем-то напоминают вышеупомянутые конструкции Сафиуллина, однако в AB-грамматиках, и особенно в базовых категориальных грамматиках, выполнять такие построения существенно сложнее.) Кроме того, во второй главе доказан второй основной результат диссертации — незамкнутость класса языков, задаваемых грамматиками из класса $\mathcal{G}^1$, относительно большинства естественных операций. Разработанная во второй главе техника с успехом использована в

главе третьей для доказательства алгоритмической неразрешимости ряда задач, связанных с рассматриваемым классами грамматик. Так, для грамматик из класса $\mathcal{G}^1$ установлена неразрешимость задачи проверки пустоты пересечения двух языков, заданных такими грамматиками. Это усиливает ранее известный результат [Foret 2004] о неразрешимости аналогичного вопроса для AB-грамматик; при этом необходимая минимальная мощность алфавита понижена до 11 букв с более, чем 50. Для грамматик класса $\mathcal{G}^2$ доказана неразрешимость задачи проверки равенства и задачи проверки регулярности. Для AB-грамматик с однозначным присвоением типов доказана неразрешимость задачи проверки включения (тем самым решена открытая задача [Foret 2004]). Эти теоремы об алгоритмической неразрешимости также входят в состав основных результатов диссертации.

Результаты диссертации получены автором лично, им опубликованы три статьи по результатам работы; сделаны доклады на научных семинарах и конференциях. Математические рассуждения изложены чётко и аккуратно, даны все необходимые определения и поясняющие примеры. Дан исторический обзор известных ранее результатов; на работы других авторов даны корректные ссылки. Как отмечено выше, диссертация посвящена актуальной теме исследований.

Считаю, что диссертация «Категориальные грамматики с ограничением на количество присваиваемых типов» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Максим Евгеньевич Вишникин заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Научный руководитель,
докт. физ.-матем. наук,
ведущий научный сотрудник
отдела математической логики МИАН

«29» мая 2025 г.

С. Л. Кузнецов

Кузнецов Степан Львович, тел. +7 (985) 947-52-35, e-mail: sk@mi-ras.ru
адрес: 119991, Москва ГСП-1, ул. Губкина, 8, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Подпись С. Л. Кузнецова
заверяю

ЗАВЕДУЮЩИЙ ОТДЕЛОМ КАДРОВ
ЛУЧЕВА О. Г.