«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Федерального государственного учреждения науки
«Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук»
Член-корреспондент РАН, профессор, д.ф.-м.н.

Колоколов И. В.

1 декабря 2025 г.

Отзыв
Ведущей организации федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау» Российской академии наук
на диссертационную работу **Целоусова Никиты Сергеевича**
«Подходы к исследованию скрытых негрупповых симметрий в квантовой теории поля»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.3.3 – теоретическая физика.

Диссертационная работа Н.С. Целоусова посвящена исследованию так называемых скрытых симметрий — алгебраических структур, возникающих в точно решаемых моделях квантовой теории поля. В качестве примеров моделей рассматриваются трехмерная неабелева калибровочная теория Черна-Саймонса со вставкой операторов Вильсона и некоторый класс матричных моделей, статистические суммы которых определяются как конечномерные интегралы по пространствам эрмитовых матриц.

Диссертация Н.С. Целоусова включает в себя Введение, четыре главы, Заключение, список литературы и приложение. Во **Введении** обоснована актуальность темы исследований, описаны цели и задачи диссертационной работы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту и приведены опубликованные статьи по материалам диссертации.

В **первой главе** приводятся основные результаты по направлению исследований трехмерной топологической теории Черна-Саймонса на трехмерной сфере с калибровочной группой SU(N). Актуальность исследований данной модели обусловлена большим научным интересом к неабелевым калибровочным теориям, а также многочисленными связями с другими областями современной теоретической физики и математики. Мы приведем лишь некоторые примеры. Во первых, трехмерная теория Черна-Саймонса тесно связана с двумерной конформной теорией Весса-Зумино-Виттена-Новикова и уравнением Книжника-Замолодчикова. Во вторых, как было показано в знаменитой работе Эдварда Виттена 1989 года корреляционные функции теории — вильсоновские средние — являются топологическими инвариантами контуров, что устанавливает связь с теорией узлов и зацеплений. В третьих, трехмерная теория Черна-Саймонса может рассматриваться как эффективная теория для описания свойств двумерных материалов в сильных магнитных полях, в частности для описания дробного квантового эффекта Холла.

В диссертации приводятся основы дифференциального разложения -- некоторого специального метода для анализа корреляционных функций в теории Черна-Саймонса для случая, когда вильсоновская линия ассоциирована с конечномерным неприводимым представлением калибровочной группы SU(N), диаграмма Юнга которого состоит из одной строки или одного столбца. Благодаря методу дифф. разложения корреляционную функцию удается разложить в специальном базисе, где соответствующие коэффициенты носят название коэффициентов дифф. разложения. Данный специальный базис функций построен из требования корректной редукции для конкретных значений ранга N калибровочной группы SU(N).

Дальнейшие построения и основные результаты данной главы основаны на наблюдении, что коэффициенты дифф. разложения имеют некоторое количество простых множителей, то есть нулей первого порядка в специальных точках. В зависимости от количества таких множителей для коэффициентов дифф. разложения соответствующему контуру присваивается целочисленный параметр — дефект, причем для контуров нулевого дефекта количество нулей максимально возможное.

В диссертации формулируется нетривиальная гипотеза, что дефект будет изменяться контролируемым образом (или будет оставаться неизменным), если контур вильсоновской линии локально изменить специальным образом — произвести эволюцию в пространстве контуров. В пользу данной гипотезы приведены многочисленные проверки для контуров из разных топологических классов. Также приведены некоторые примеры отклонений от данной гипотезы, которые соответствуют контурам повышенной симметрии. Вторым главным результатом данной главы является явная формула для коэффициентов дифф. разложения для трехпараметрического класса контуров, который получается в результате эволюции из простейшего нетривиального контура — узла трилистник. В конце данной главы полученная формула подвергается проверке для первых двух корней единицы.

Вторая глава посвящена изучению свойства суперинтегрируемости корреляторов в матричных моделях. Актуальность исследований в данной области обусловлена тем, что матричные модели могут выступать в качестве простейших примеров квантовой теории поля в пространстве нулевой размерности. Благодаря простой структуре таких моделей зачастую они могут быть решены точно и находят приложения в таких областях как топологическая рекурсия, конформная теория поля, перечислительная геометрия и др. В диссертации обсуждается связь теории матричных моделей с теорией бесконечномерных алгебр типа аффинных янгианов.

В начале главы приводится краткий обзор гауссовой эрмитовой модели и объясняется свойство суперинтегрируемости корреляторов в специальном базисе полиномов Шура с помощью представления статистической суммы модели в виде действия экспоненты специального W-оператора на единицу. Утверждается, что W-оператор принадлежит бесконечномерной алгебре Ли $W_{1+\infty}$ в представлении Фока. При этом, если данная алгебра подвергается β-деформации и становится ассоциативной алгеброй (и больше не несет структуры алгебры Ли) аффинного янгиана gl_1, то все структуры матричной модели претерпевают аналогичную деформацию: W-оператор усложняется и приобретает зависимость от β-параметра, а выделенный базис суперинтегрируемого свойства становится полиномами Джека. Благодаря этому свойству, аффинный янгиан является скрытой симметрией данной модели.

Во второй половине первой главы разрабатывается алгоритм построения суперинтегрируемого базиса для корреляционных функций в некоторой наперед заданной матричной модели, для которой известны временные переменные (по терминологии из теории интегрируемых иерархий) и набор операторов, реализующих тождества Уорда. Формулируется трехступенчатый алгоритм и показывается, что он успешно восстанавливает полиномы Шура и полиномы Q-Шура в хорошо известных моделях. Одним из ключевых шагов алгоритма является построение диагонального оператора, собственные значения которого являются суммой простых выражений по всем клеткам в диаграмме Юнга.

Третья глава посвящена обсуждению свойств аффинного янгиана gl_1, который фигурировал в предыдущей главе. В начале приводятся базовые факты о данной алгебре: коммутационные соотношения и формулы для построения представлений. Обсуждаются два типа представлений: представление Фока и представление МакМахона, векторы которых соответствуют двумерным (классическим) диаграммам Юнга и трехмерным (плоские разбиения) диаграммам Юнга. Утверждается, что связь теории представлений данной алгебры с теорией матричных моделей и теорией квантовых интегрируемых систем типа Калоджеро устанавливается при специальном отображении пространства представления в пространство полиномов от временных переменных. При этом отображении диагональные операторы аффинного янгиана соответствуют Гамильтонианам интегрируемых систем.

Во второй части третьей главы приводится построение отображения из множества векторов, соответствующих трехмерным диаграммам Юнга, во множество градуированных полиномов. При этом рассматривается специальный анзац для диагонального порождающего оператора. Далее проводится построение представления МакМахона в терминах данных полиномов вплоть до уровня 4 и проверяется самосогласованность полученной конструкции. Собственные функции диагональных операторов называются полиномами 3-Шура, которые являются прямым обобщением классических полиномов Шура на случай трехмерных диаграмм Юнга.

В **четвертой главе** рассматривается алгебра аффинного янгиана gl_2, которая обобщает случай gl_1. В данной алгебре количество генераторов возрастает в два раза благодаря тому, что каждый генератор приобретает цвет — черный либо белый. В соответствии с этим, векторы представления Фока данной алгебры нумеруются с помощью раскрашенных в шахматном порядке диаграмм Юнга. Отображение пространства Фока в пространство полиномов выделяет полиномы Углова, которые являются обобщениями полиномов Джека на случай старшего ранга.

Основным результатом данной главы является построение дифференциальных операторов соответствующих порождающим элементам аффинного янгиана gl_2 с помощью метода разложения операторов в полиномиальном базисе, причем в разложения входят только полиномы ассоциированные с однокрюковыми диаграммами Юнга. Явные формулы приводятся только для случая gl_2, тем не менее утверждается, что такой метод применим и для случая старших gl_n.

В **Заключении** кратко сформулированы основные результаты по каждой из глав. В **приложении** приводятся основные формулы для вычисления корреляционных функций в теории Черна-Саймонса для случая контуров древесного типа.

В целом, представленная диссертация является завершённым научным исследованием, выполненным по современной и актуальной тематике. Помимо основного содержания, можно отметить чёткую структуру работы и исчерпывающий обзор литературы. Автореферат соответствует содержанию диссертации и полно отражает её основные положения.

Результаты работы являются новыми и согласуются с результатами полученными другими авторами. По материалам диссертации автором опубликовано 6 статей в журналах первого квартиля. Результаты исследований докладывались автором на многочисленных семинарах и конференциях. Все работы выполнены при непосредственном участии диссертанта, и его вклад в эти работы является определяющим. Автореферат диссертации соответствует содержанию диссертации и опубликованным статьям, и в полной мере отражает основные положения диссертации.

К работе есть некоторые замечания:

1. В диссертации рассматриваются алгебраические объекты, возникающие в квантовой теории и тесно связанные с интегрируемостью. В случае теории Черна-Саймонса -- это квантовые группы

Дринфельда-Джимбо, а в случае матричных моделей это аффинные янгианы. Одним из основных объектов объединяющих данные алгебры является R-матрица. В тексте диссертации не разъясняется роль R-матрицы в случае аффинных янгианов.

Эти замечания, однако, не снижают научной ценности, масштаба проделанной работы и значимости полученных результатов.

Заключение

Диссертационная работа Н.С. Целоусова является научной квалификационной работой и удовлетворяет требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Правительством Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор, Целоусов Никита Сергеевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3 - теоретическая физика.

Отзыв на диссертацию был представлен и утвержден на семинаре сектора квантовой теории поля Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау 14 ноября 2025 года.

Отзыв составил ведущий научный сотрудник ФГБУН
«Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук»,
доктор физико-математических наук Адлер Всеволод Эдуардович
142432, МО., г. Черноголовка, просп. Академика Семенова, д. 1А
Тел.: (+7 495) 702-93-17, adler@itp.ac.ru

Адлер В.Э.

Подпись Адлера В.Э. удостоверяю

Ученый секретарь ФГБУН

«Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской академии наук»,
кандидат химических наук

Крашаков С. А.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической физики
им. Л.Д. Ландау Российской академии наук
142432, МО., г. Черноголовка, просп. Академика Семенова, д. 1А
Тел.: (+7 495) 702-93-17
Факс: (+7 495) 702-93-17
Электронная почта: office@itp.ac.ru