Отзыв научного руководителя на диссертацию М. А. Овчаренко "Взвешенные полные пересечения и зеркальная симметрия для многообразий Фано" представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Диссертация М. А. Овчаренко посвящена изучению полных пересечений во взвешенных проективных пространствах и их обобщениях, а также зеркальной симметрии для гладких многообразий Фано. В диссертации рассмотрены вопросы классификации взвешенных полных пересечений, построения для них двойственных моделей Ландау–Гинзбурга, а также доказательству когомологических аспектов зеркальной симметрии для гладких трёхмерных многообразий Фано.

Многообразия Фано образуют один из важнейших классов проективных алгебраических многообразий. Так, любое рационально связное многообразие бирационально расслоению на многообразия Фано (возможно, особые). Среди всех многообразий Фано особый интерес представляют многообразия Фано основной серии, т.е. с числом Пикара 1.

Деформационные семейства многообразий Фано размерности классифицированы только для размерности не большее 3, хотя известно, что в каждой размерности таких семейств конечное число. Однако отдельные классы многомерных многообразий Фано удаётся классифицировать. Одним из естественных способов построения новых многообразий Фано является их описание как полных пересечений в известных и хорошо изученных многообразиях: например, торических многообразиях или грассманианах. Многообразия Фано, являющиеся полными пересечениями в грассманианах, изучались многими авторами, к примеру, О. Кюхле или Фатиньети–Монгарди. Изучение же взвешенных полных пересечений восходит к работам И. Долгачёва и Ш. Мори. Известно, что гладкие взвешенные полные пересечения Фано (при естественном требовании хорошо сформированности) исчерпывают все гладкие многообразия Фано основной серии, возникающие как полные пересечения в торических многообразиях (Пржиялковский–Шрамов).

Первым основным результатом диссертации является явное описание общей структуры классификации всех гладких взвешенных полных пересечений Фано. В работах Чена–Чена–Чена и Пржиялковского–Шрамова были получены эффективные ограничения на численные данные, определяющие взвешенное полное пересечение, позволяющие классифицировать такие многообразия для любой фиксированной размерности. Однако на практике они позволяют классифицировать взвешенные полные пересечения лишь небольшой размерности, а число взвешенных полных пересечений при увеличении размерности растёт. Поэтому естественной задачей является явное описание структуры классификации всех гладких взвешенных полных пересечений Фано. М. А. Овчаренко было доказано, что классификация взвешенных полных пересечений Фано заданного отклонения может быть явно построена и исчерпывается конечным количеством серий и конечным количеством исключений ("полусерий"). Как следствие им была получена явная классификация серий и полусерий взвешенных полных пересечений Фано отклонения вплоть до 4.

Вторым основным результатом диссертации является доказательство согласованности зеркальной симметрии для трёхмерных многообразий Фано и зеркальной симметрии

для решёточно поляризованных K3 поверхностей. М. А. Овчаренко было доказано, что для любого гладкого трёхмерного многообразия Фано естественная поляризация его общих антиканонических сечений решёткой Пикара двойственна по Долгачёву–Никулину к поляризации общего слоя компактификации торической модели Ландау–Гинзбурга решёткой инвариантов монодромии.

В диссертации также построены модели Ландау–Гинзбурга, зеркально двойственные гладким взвешенным полным пересечениям. А именно, М. А. Овчаренко было доказан достаточный критерий существования неф-разбиения для гладких взвешенных полных пересечений Фано, удовлетворяющим некоторым не очень ограничительным условиям. Из этого результата следует существование моделей Ландау–Гинзбурга типа Гивенталя для большого числа взвешенных полных пересечений Фано, что, в частности, открывает широкий простор для их изучения с алгебраической и симплектической точек зрения.

Помимо многообразий Фано малой размерности и взвешенных полных пересечений Фано имеется ещё один класс многообразий Фано основной серии, допускающих явное простое описание, а именно, полные пересечения Фано в грассманианах. Возникает естественный вопрос о том, как устроены полные пересечения во взвешенных грассманианах — проективных многообразиях, обобщающих как грассманианы, так и взвешенные проективные пространства. Первым шагом к ответу на этот вопрос является обобщающий конструкцию Корти–Рида результат М. А. Овчаренко, явно описывающий все возможные взвешенные грассманианы, а также важные их инварианты.

Наконец, третий основной результат диссертации относится к теоретико-числовым аспектам полных пересечений. А именно, М. А. Овчаренко был доказан многомерный аналог критерия Белого определимости над числовым полем для полных пересечений общего типа во взвешенных проективных пространствах и рациональных однородных пространствах с числом Пикара 1.

Диссертация состоит из введения, в котором даётся обзор темы и сформулированы основные результаты, трёх глав, в которых изложены доказательства результатов, и заключения. Результаты диссертации опубликованы в рецензируемых журналах “International Journal of Mathematics”, “Математический сборник”, “Труды МИАН” и “Сибирские электронные математические известия”. В четырёх из пяти публикаций М. А. Овчаренко является единственным автором. Результаты совместной статьи с Ч. Дораном, А. Хардером, Л. Кацарковым и В. В. Пржиялковским были получены М. А. Овчаренко лично. Основные результаты диссертации апробированы на различных семинарах и конференциях. Доказательства результатов изложены ясно и аккуратно, все нужные определения и предварительные сведения чётко сформулированы и подробно прокомментированы, тема диссертации актуальна.

Я считаю, что диссертация М. А. Овчаренко удовлетворяет всем требованиям ВАК, а соискатель безусловно заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., в.н.с. МИАН,
Пржиялковский В. В.

Подпись В. В. Пржиялковского
заверяю
10.09.2025

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук
ОТДЕЛ КАДРОВ
ЗАВЕДУЮЩИЙ ОТДЕЛОМ КАДРОВ
УСАЧЕВА О. Г.