Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Математический институт им. В.А. Стеклова
Российской академии наук

На правах рукописи

Белоконь Александр Игоревич



Динамика квантовых полей и их локализованных возмущений в искривлённых пространствах

1.3.3 — Теоретическая физика
АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2025

Работа выполнена в отделе математических методов квантовых технологий Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук.

Научный руководитель:
Агеев Дмитрий Сергеевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник отдела математических методов квантовых технологий Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук (специальность – 01.04.02)

Официальные оппоненты:

- **Морозов Андрей Алексеевич**, доктор физико-математических наук, исполняющий обязанности ведущего научного сотрудника Лаборатории №16 Методы математической физики и теории информации Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук (специальность – 01.04.02)

- **Фурсаев Дмитрий Владимирович**, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Международной межправительственной научно-исследовательской организации Объединенный институт ядерных исследований (специальность – 01.04.02)

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Санкт-Петербургский государственный университет”

Защита состоится 26 июня 2025 года в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д 24.1.167.02 при Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской академии наук по адресу: 119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 8.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Математического института имени В.А. Стеклова РАН и на сайте https://mi-ras.ru/dis/ref25/belokon/dis.pdf.

Автореферат разослан «___» апреля 2025 года.

Учёный секретарь диссертационного совета
Д 24.1.167.02
кандидат физико-математических наук А.Е. Теретёнков

1 Актуальность тем исследования

Предметом квантовой теории поля в искривлённом пространстве-времени является изучение квантовых полей, находящихся в классическом гравитационном фоне. Такая теория находит своё применение в случаях, когда кривизна пространства-времени достаточно мала для того, чтобы эффекты квантовой гравитации не начали себя проявлять, но слишком велика для рассмотрения квантовой теории поля на фоне плоского пространства. Рассмотрение квантовой теории на фоне искривлённого пространства-времени позволило открыть эффект Унру [1–3], излучение Хокинга [4] и описать рождение частиц в гравитационных полях, в частности, в инфляционной Вселенной [5–12].

Квантовая теория поля в искривлённом пространстве имеет важные приложения, например, в космологии ранней Вселенной и физике чёрных дыр. Современная космология является естественной площадкой для поиска "новой физики", указанием на существование которой, например, является наличие в нашей Вселенной тёмной материи, которую описывает поле, не включённое в Стандартную модель элементарных частиц.

Перспективным кандидатом на роль тёмной материи является аксион — сверхлёгкая (псевдо)скалярная частица, существование которой мотивировано так называемой "сильной CP-проблемой" [13; 14], а также теорией струн [15; 16]. Космология аксионного поля сильно зависит от конкретных свойств описывающей его модели, а наблюдательные данные накладывают серьёзные ограничения для наиболее перспективных теорий, поэтому проверка предсказаний аксионной космологии на сегодняшний день является актуальной задачей.

В космологии современная Вселенная аппроксимируется четырёхмерным пространством де Ситтера, отличительным свойством которого является наличие горизонта. Известно, что квантовая теория поля на фоне геометрий с горизонтом предсказывает наличие исходящего от него излучения Хокинга [4]. С ним связана известная проблема, называемая в литературе информационным парадоксом, суть которой заключается в нарушении унитарности процесса испарения чёрной дыры, следствием чего является неограниченный рост энтропии зацепленности излучения.

В присутствии гравитации формула для расчёта энтропии зацепленности в квантовой теории поля существенно модифицируется [17–19]. Активное изучение гравитационной формулы для энтропии зацепленности изначально проводилось в предписании AdS/CFT соответствия [20–25]. Позже эта формула, получившая название островной, была выведена в двумерной гравитации Джекива-Тейтельбойма без привлечения голографии [26; 27]. Островная формула в этих моделях воспроизводит ожидаемую из унитарности временную зависимость энтропии зацепленности излучения Хокинга. Актуальной является задача обобщения данных результатов на случай многомерных геометрий.

Активно развивающейся областью науки является физика неравновесных квантовых систем [28–33], описанная в полной мере только в CFT_2 [34–36] и свободных теориях поля [37–40]. Локализованные возбуждённые состояния были предметом изучения в контексте теории конденсированного состояния [41–46], голографического соответствия [47], информационного парадокса [48; 49] и физики высоких энергий [50]. Локализованные возбуждённые состояния также изучались в различных контекстах в работах [51–82]. Состояния, возбуждаемые вставками локальных операторов, изучались только в CFT_2 [51; 54; 55; 83], что ставит задачу обобщения данных исследований на случаи произвольных квантовых теорий поля.

2 Научная новизна и практическая значимость

Целями данного диссертационного исследования являются:

1. феноменологическая проверка некоторых специальных моделей, описывающих тёмную материю;

2. изучение деталей островного подхода для разрешения хокинговского информационного парадокса в случае конечных областей зацепленности в многомерных искривлённых пространствах, описывающих чёрные дыры и ускоренно расширяющуюся Вселенную;

3. получение формул, описывающих эволюцию различных наблюдаемых в неравновесных процессах в простейших квантовых теориях поля без конформной симметрии.

Все основные результаты, выдвигаемые на защиту, являются новыми.

Все результаты, полученные в диссертации, имеют теоретическое значение и могут быть использованы в космологии тёмной материи, физике ранней Вселенной, неравновесной квантовой теории поля, квантовой теории поля в искривлённом пространстве и физике чёрных дыр.

3 Методы исследования

Основным инструментом исследования задач, решаемых в данной диссертации, является аппарат квантовой теории поля в плоском и искривлённом пространстве-времени, общая теория относительности и непертурбативные методы.

4 Положения, выносимые на защиту

1. Получены ограничения для тёмной материи, представленной лёгким скалярным полем, взаимодействующим с полями Стандартной модели в поздней Вселенной. В случае квадратичного по полю взаимодействия со следом тензора энергии-импульса были получены оценки массы и константы связи с материей, в рамках которых такая модель согласуется с данными наблюдений. Показано, что если такое поле возникает до эпохи первичного нуклеосинтеза, то разрешённая им область параметров не пересекается с областью, задаваемой экспериментальными данными.

2. Предложена космологическая модель, в которой спонтанно нарушенная квантовая масштабная инвариантность естественным образом решает “сильную CP-проблему” в предположении, что дилатон взаимодействует с топологическим членом калибровочных полей квантовой хромодинамики. Показано, что такая теория является самосогласованным эффективным описанием низкоэнергетической инфляции и последующей генерации тёмной материи без тонкой настройки начального значения поля дилатона.

3. Описана энтропия зацепленности и её свойства в пространстве электрически заряженной чёрной дыры и в пространстве де Ситтера. Получена явная зависимость от времени энтропии зацепленности конечных областей, в которых собирается излучение Хокинга безмассовых фермионов, на фоне чёрной дыры

Райсснера-Нордстрёма с учётом вклада островов зацепленности. Показано наличие скачкообразного поведения энтропии зацепленности при малых по сравнению с массой значениях электрического заряда чёрной дыры и отсутствие влияния островов зацепленности на её динамику при больших. В статическом частично редуцированном трёхмерном пространстве де Ситтера установлено невыполнение свойств чистоты состояния и дополнительности энтропии зацепленности в случае теории безмассовых фермионов. Показано наличие сублидирующих седловых точек в обобщённом функционале энтропии, соответствующих островам зацепленности в такой модели.

4. Описаны неравновесные процессы, соответствующие эволюции локализованных состояний в скалярной квантовой теории поля. Получены пространственная и временная зависимости корреляционных функций плотности энергии и других композитных операторов для таких состояний. Показано наличие трёх различных режимов эволюции корреляций, соответствующих различным массам — диссипативного, неубывающего и промежуточного, а также то, каким образом данные режимы проявляют себя в импульсном пространстве. Построены состояния в многомерной безмассовой квантовой теории поля, воспроизводящие результаты известных ранее голографических вычислений. Для массивной теории в конечном объёме установлено иррегулярное поведение корреляционных функций, контрастирующее с поведением безмассовых теорий.

5 Публикации по теме диссертации

Представленные в диссертации результаты опубликованы в 5 статьях в рецензируемых изданиях, индексируемых в базах Web of Science и Scopus.

1. *Light scalar dark matter coupled to a trace of energy-momentum tensor*, Aleksandr I. Belokon, Anna Tokareva, *Physical Review D 101 (2020) 10, 103535*

2. *Higgs-dilaton model revisited: Can a dilaton act as a QCD axion?*, Aleksandr I. Belokon, Anna Tokareva, *Physical Review D 107 (2023) 12, 123503*

3. *Finite entangling regions and information paradox in charged black holes*, Aleksandr I. Belokon, *Theoret. and Math. Phys., 222:1 (2025), 154–169*

   Конечные области зацепленности и информационный парадокс в заряженных черных дырах, А. И. Белоконь, *ТМФ, 222:1 (2025), 178–197*

4. *Entanglement entropy in de Sitter: no pure states for conformal matter*, D.S. Ageev, I.Ya. Aref'eva, A.I. Belokon, V.V. Pushkarev, T.A. Rusalev, *Journal of High Energy Physics 05 (2024) 308*

5. *From locality to irregularity: introducing local quenches in massive scalar field theory*, D.S. Ageev, A.I. Belokon, V.V. Pushkarev, *Journal of High Energy Physics 05 (2023) 188*

6 Апробация результатов

Результаты диссертации докладывались на различных российских и международных семинарах и конференциях:

1. Московская международная школа по физике 2020, доклад “Light scalar dark matter coupled to a trace of energy-momentum tensor”, 03/2020

2. Кембриджский университет, Michaelmas 2020 Part III Seminar Series, доклад “Higgs-Dilaton Inflation with two Higgs doublets”, 11/2020

3. МИАН им. В.А. Стеклова, международная конференция “New Trends in Mathematical Physics”, доклад “Entanglement entropy in de Sitter spacetime”, 11/2022

4. МИАН им. В.А. Стеклова, конференция “SIMC Youth Race”, доклад “Operator local quenches in massive scalar field theory”, 03/2023

5. I Всероссийская школа по физике частиц и космологии им. В.А. Рубакова, постер “Entanglement entropy in de Sitter”, 07/2023

6. МИАН им. В.А. Стеклова, международная конференция “Fields & Strings 2024”, постер “Entanglement entropy in de Sitter: no pure states for conformal matter”, 02/2024

7. Международная конференция “QUARKS-2024”, доклад “Entanglement entropy in de Sitter spacetime”, 05/2024

8. МИАН им. В.А. Стеклова, семинар “Перспективные направления в квантовой теории поля и суперструнах”, доклад “Introducing local quenches in massive scalar field theory”, 06/2024

9. Лаборатория физики высоких энергий МФТИ, воркшоп “QFT in curved spacetime”, доклад “Острова зацепленности в пространстве де Ситтера”, 06/2024

10. МИАН им. В.А. Стеклова, семинар “Перспективные направления в квантовой теории поля и суперструнах”, доклад “Энтропия зацепленности и информационный парадокс в заряженных чёрных дырах”, 07/2024

11. МИАН им. В.А. Стеклова, онлайн-конференция “Математические методы в квантовых технологиях”, доклад “Энтропия зацепленности в геометриях с горизонтами”, 12/2024

12. Президиум РАН, сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН “Физика фундаментальных взаимодействий”, посвящённая 70-летию В.А. Рубакова, доклад “Энтропия зацепленности в геометриях с горизонтами”, 02/2025

7 Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав основного текста, заключения и списка литературы. Объём диссертации 168 страниц, включая 41 рисунок и 393 ссылки.

Благодарности

Я хочу выразить благодарность своему научному руководителю Дмитрию Сергеевичу Агееву за постановку задач и введение в круг современных вопросов теоретической физики. Также я благодарен Ирине Ярославне Арефьевой за продуктивную

рабочую атмосферу и коллаборацию, ценные обсуждения и полезные комментарии по написанию диссертации.

Отдельную благодарность я хочу выразить Василию Владимировичу Пушкарёву, Анастасии Николаевне Зуевой и Тимофею Александровичу Русалёву, своим друзьям, за многочисленные продуктивные обсуждения научных задач, а также всестороннюю помощь и поддержку.

Диссертация отражает результаты, полученные в рамках проектов по гранту фонда «Базис», договор 21-01/К от 01.09.2021, грантам Российского научного фонда 16-12-10494, 19-12-00393 и 24-72-10061, а также в МЦМУ МИАН при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2022-265).

8 Содержание диссертации

Во **Введении** дан краткий обзор современного состояния областей, относящихся к теме диссертации. Также сформулированы цели и задачи данного исследования, объяснена их значимость и описана структура диссертации.

В **Главе 1** описывается динамика лёгкого скалярного поля, претендующего на роль холодной тёмной материи. Данная модель тёмной материи мотивирована теорией струн [84–87], а также аксионными расширениями Стандартной модели [87]. Согласно текущим наблюдательным данным, в поздней Вселенной взаимодействие тёмной материи с пылью, помимо гравитационного, либо подавлено, либо отсутствует. Простейшим кандидатом на роль такой тёмной материи является конденсат скалярного поля, взаимодействующий с веществом посредством гравитации. У такого поля также может существовать подавленное нетривиальное взаимодействие с другими полями Стандартной модели [87; 88]. Это взаимодействие можно описать различными способами. Мы ограничимся квадратичным по рассматриваемому полю ϕ взаимодействием со следом тензора энергии-импульса обычной материи T^μ_μ:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \left(\frac{m^2}{2} + \frac{1}{\Lambda^2}T^\mu_\mu\right)\phi^2\right). \tag{1}$$

Поле ϕ рассматривается на фоне метрики Фридмана: $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)d\vec{x}^2$. Мы сосредоточимся на диапазоне масс $\log_{10} m \in [-21, -16]$ эВ, т.к. в этом диапазоне скаляр ϕ начинает осциллировать после первичного нуклеосинтеза (англ. Big Bang Nucleosynthesis, далее BBN). Мы полагаем значение константы связи Λ порядка редуцированной массы Планка, $M_{Pl} = 1/\sqrt{8\pi G} \simeq 2.43 \cdot 10^{18}$ ГэВ.

На радиационно-доминированной стадии уравнение состояния имеет вид:

$$p(\rho) = \frac{1}{3}\rho, \tag{2}$$

где p и ρ — давление и плотность энергии радиационной компоненты (ультрарелятивистского вещества или излучения) [89]. Из этого соотношения следует, что тензор энергии-импульса является бесследовым: $T^\mu_\mu = \rho - 3p = 0$. Тем не менее, данное равенство является лишь приблизительным, т.к. T^μ_μ получает вклады также от других источников. При температурах выше 100 ГэВ значение T^μ_μ определяется соотношением [90–92]:

$$T^\mu_\mu = \beta\rho, \quad \beta \sim 10^{-3}. \tag{3}$$

При более низких температурах основной эффект оказывают частицы, которые становятся нерелятивистскими. В этом случае след можно записать в виде [89; 93]:

$$T^{\mu}_{\mu}(T) = \sum_i \frac{g_i m_i^2}{2\pi^2} \int_{m_i}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_i^2}}{\exp(E/T) \pm 1} dE = \sum_i \frac{g_i m_i^2}{2\pi^2} T^2 \int_{m_i/T}^{\infty} \frac{\sqrt{u^2 - (m_i/T)^2}}{\exp(u) \pm 1} du. \quad (4)$$

В данной формуле i — индекс, пробегающий все частицы, которые стали нерелятивистскими при температуре T; E и m_i — энергия и масса i-ой частицы, g_i — число её степеней свободы; T — температура радиационной бани. Знак "+" в знаменателе относится к фермионам, а знак "−" — к бозонам.

Уравнение движения для пространственно-однородного поля $\phi(t)$, следующее из действия (1), имеет вид:

$$\ddot{\phi} + 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\dot{\phi} + \left(m^2 + \frac{2T^{\mu}_{\mu}}{\Lambda^2}\right)\phi = 0. \quad (5)$$

Для уравнения состояния вещества на радиационно-доминированной стадии (2) уравнение (5) допускает аналитическое решение, однако для следа тензора энергии-импульса, заданного в общем виде (4), аналитического решения найти не удаётся. Найденное нами численное решение демонстрирует, что взаимодействие тёмной материи с тензором энергии-импульса обуславливает падение амплитуды поля на поздних временах ($t \gg 1/m$). Это, в свою очередь, может привести к тому, что поле $\phi(t)$ уже не будет образовывать необходимую плотность энергии тёмной материи в поздней Вселенной. В связи с этим момент начала фазового перехода поля ϕ имеет критическое значение. Мы предполагаем, что фазовый переход наступает до замораживания слабого взаимодействия ($T_f \sim 3$ МэВ).

Взаимодействие тёмной материи с тензором энергии-импульса вещества приводит к изменениям масс полей Стандартной модели [94; 95]. Разность масс нейтрона и протона получается равной:

$$(m_n - m_p)(t) \simeq (m_n - m_p)_0 \left(1 + 0.82\,\frac{\phi^2(t)}{\Lambda^2}\right). \quad (6)$$

Время жизни нейтрона в присутствии поля также изменяется:

$$\tau_n(t) = \tau_{n,0}\left(1 + \frac{\phi^2(t)}{\Lambda^2}\right). \quad (7)$$

Изменение этих фундаментальных констант существенно влияет на динамику нуклеосинтеза, что влечёт за собой дополнительные ограничения на параметры модели.

Известно [96; 97], что расчёт производства первичного гелия в эпоху BBN требует численного анализа асимптотически сохранившегося числа (распространённости) нейтронов $X_n = n_n/(n_n + n_p)$, где n_n и n_p — плотности чисел нейтронов и протонов, соответственно, в присутствии скалярного поля ϕ. Распространённость первичного гелия в присутствии лёгкого скалярного поля даётся выражением [97]:

$$X_{^4He}(\phi) = \frac{n_{^4He}}{n_n + n_p} \simeq 2X_n(t_{\rm BBN}) \exp\left(-\int_{t_0(m,\,\Lambda)}^{t_{\rm BBN}} \frac{dt}{\tau_n(\phi(t))}\right), \quad (8)$$

где $t_{\rm BBN} \simeq 180$ с — момент начала нуклеосинтеза [98]. Доля гелия ограничена на уровне [99]:

$$0.2464 \leq X_{^4He} \leq 0.2505. \quad (9)$$

Путём численных расчётов мы показали, что области значений параметров модели (1), удовлетворяющей соответствующим перекрёстным наблюдательным ограничениям [88; 99; 100], нет.

Нами также была предложена модель, в которой потенциал поля $V(\phi)$ и член взаимодействия со следом тензора энергии-импульса обычной материи $\mathcal{L}_{\rm int}(\phi, T)$ имеют вид:

$$V(\phi) = m^2\Lambda^2\left(1 - \cos\frac{\phi}{\Lambda}\right), \tag{10}$$

$$\mathcal{L}_{\rm int}(\phi, T) = \kappa T^\mu_\mu(T)\left(1 - \cos\frac{4\phi}{\Lambda}\right), \quad T^\mu_\mu(T) = \beta\rho(T) = \beta g_*\frac{\pi^2}{30}T^4, \tag{11}$$

где g_* — обобщённое число степеней свободы [89]. В поздней Вселенной минимум эффективного потенциала $V(\phi) + \mathcal{L}_{\rm int}(\phi, T)$ находится в $\phi = 0$, что воспроизводит модель (1). В то же время, если в ранней Вселенной член взаимодействия $\mathcal{L}_{\rm int}$ доминирует, то скаляр окажется в минимуме $\phi/\Lambda \simeq \pi/2$. Эта ситуация будет продолжаться до некоторой критической температуры, при которой ложный вакуум исчезает, а скаляр начинает скатываться в глобальный минимум и осциллировать. Мы показываем, что условие того, что первичный нуклеосинтез не подвергается воздействию скалярной тёмной материи (т.е. ограничение (9) выполняется), включает в себя разрешённую область для m и Λ. Таким образом, модель (10), (11) является описанием тёмной материи, удовлетворяющим текущим наблюдательным ограничениям [88; 99; 100].

В **Главе 2** описываются решение "сильной CP-проблемы" [87; 101] с помощью спонтанного нарушения масштабной симметрии, а также космологические приложения такого сценария.

Классическая масштабная инвариантность Стандартной модели при энергиях, превышающих масштаб электрослабого нарушения, выглядит как намёк на то, что полная ультрафиолетовая теория также должна обладать данной симметрией. Тем не менее, сохранение масштабной инвариантности на квантовом уровне является нетривиальной задачей, поскольку данная симметрия является аномальной. Причина наличия аномалий на квантовом уровне связана с отсутствием процедуры регуляризации, сохраняющей масштабную инвариантность [102–107].

Одним из решений этой задачи является определение явно масштабно-инвариантной теории. Примером может служить модель Хиггс-дилатона [103], которая в $d = 4$ измерениях имеет вид:

$$\frac{\mathcal{L}_J}{\sqrt{-g}} = -\frac{1}{2}\left(\xi_\chi\chi^2 + 2\xi_h H^\dagger H\right)R + \frac{1}{2}(\partial\chi)^2 + \partial H^\dagger\partial H - \frac{\lambda}{4}(H^\dagger H - \alpha^2\chi^2)^2 + \mathcal{L}_{SM}. \tag{12}$$

Здесь $\mathcal{L}_J$ обозначает лагранжиан модели в джордановской системе координат (англ. Jordan frame); ξ_χ и ξ_h — константы связи дилатона χ и поля Хиггса H с кривизной R; α — константа связи полей χ и H; λ — константа самодействия поля Хиггса H; $\mathcal{L}_{SM}$ — лагранжиан Стандартной модели.

В отличие от исходной Стандартной модели, данная модель неперенормируема даже в отсутствие гравитации, а поэтому может рассматриваться только как эффективная теория, применимая при энергиях, много меньших вакуумного среднего поля дилатона, $E \ll \langle\chi\rangle \sim v/\alpha$, где v — вакуумное среднее поля Хиггса [108]. При высоких энергиях она должна переходить в некоторую сильно-взаимодействующую масштабно-инвариантную теорию [109].

Спонтанное нарушение масштабной симметрии влечёт за собой появление безмассового голдстоуновского бозона [101]. Вейлевское преобразование метрики и каноническая нормировка скалярных полей приводят действие (12) к действию общего вида в эйнштейновской системе координат (англ. Einstein frame):

$$S_E = \int d^4x\sqrt{-\hat{g}}\left(-\frac{1}{2}M_{Pl}^2\hat{R} + \frac{1}{2}F(\phi)(\partial r)^2 + \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - V(\phi)\right). \tag{13}$$

Здесь канонически нормированное поле инфлатона ϕ нелинейно связано с полем Хиггса, а r — безразмерное сдвигово-симметричное голдстоуновское поле нарушенной масштабной инвариантности, которое также будем называть дилатоном.

В работах [110; 111] был рассмотрен сценарий, в котором поле дилатона r является псевдоскаляром и взаимодействует с топологической плотностью калибровочных полей Стандартной модели, что приводит к непертурбативному нарушению масштабной симметрии. Лагранжиан квантовой хромодинамики (КХД) изменяется следующим образом:

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{16\pi\alpha_s}G_a^{\mu\nu}G^a_{\mu\nu} + \gamma r\,\tilde{G}_a^{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}, \tag{14}$$

где α_s — константа связи калибровочных полей КХД, а γ — константа связи дилатона r с ними. Видно, что дилатон r входит в лагранжиан $\mathcal{L}_{QCD}$ точно так же, как и аксион [87; 112]. Отождествление аксиона и дилатона открывает возможность связать масштабную инвариантность с аксионным решением "сильной CP-проблемы". Взаимодействие дилатона с сильно-взаимодействующей КХД при низких энергиях приводит к непертурбативному нарушению сдвиговой симметрии и появлению у него ненулевого потенциала. В космологическом контексте возникает вопрос возможности образования дилатонной тёмной материи в поздней Вселенной с непертурбативно генерируемой массой.

В рассматриваемой нами модели масштабная симметрия всегда находится в нарушенной фазе, что делает теорию несовместимой с высокоэнергетической инфляцией, поскольку аксион генерирует возмущения изокривизны [113], которые жёстко ограничены наблюдениями [114; 115]. Ограничения на возмущения изокривизны в аксионных моделях выводятся в предположении, что аксион не взаимодействует с полем инфлатона. В лагранжиане (13) нормировка $\sqrt{F(\phi)}$ аксиона-дилатона r зависит от величины инфлатона ϕ, которая может различаться во время инфляции и в вакууме. Если нормировка поля r во время инфляции много больше её значения в поздней Вселенной, $\sqrt{F(\phi_0)/F(\phi_I)} \ll 1$, то возмущения изокривизны могут быть подавлены [116].

Перечислим условия, которым должна удовлетворять приемлемая модель дилатонной тёмной материи (13), генерируемой аксионным механизмом.

1. Для сохранения унитарности все энергетические масштабы должны быть меньше аксион-дилатонной нормировочной константы $\sqrt{F(\phi_0)}$, которая определяет ультрафиолетовое обрезание данной эффективной теории. Значение этой константы однозначно фиксируется количеством тёмной материи в поздней Вселенной. Для выполнения этого условия необходима низкоэнергетическая инфляция.

2. Потенциал $V(\phi)$ инфлатона должен обеспечивать режим инфляции медленного скатывания (англ. slow-roll inflation).

3. Возмущения изокривизны должны быть подавлены.

Нами был предложен пример такой модели, описываемой следующим лагранжианом (т.к. в джордановской системе координат поля Хиггса H и дилатона χ связаны, мы будем обозначать соответствующие кинетические и потенциальные слагаемые этих полей общим индексом HD):

$$S_J = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\mathcal{L}_{\rm grav} + K_{\rm HD} - V_{\rm HD} + \mathcal{L}_{\rm QCD}\right), \tag{15}$$

$$\mathcal{L}_{\rm grav} = -\frac{R}{2}\left(\xi_\chi\chi^2 + \xi_h h^2 + \xi\frac{h^4}{\chi^2}\right), \tag{16}$$

$$K_{\rm HD} = \frac{1}{2}(\partial\chi)^2\left(1+\alpha\frac{h^2}{\chi^2}\right) + \frac{1}{2}(\partial h)^2\left(1+\beta\frac{h^2}{\chi^2}\right), \tag{17}$$

$$V_{\rm HD} = \frac{\lambda}{4}\left(h^2-\delta_0\chi^2\right)^2\left(1+\delta_1\frac{h^2}{\chi^2}+\delta_2\frac{h^4}{\chi^4}\right), \tag{18}$$

$$\mathcal{L}_{\rm QCD} = -\frac{1}{16\pi\alpha_s}G^{\mu\nu}_a G^a_{\mu\nu} + \frac{\gamma}{64\pi^2}\ln\left[\frac{\chi^2+h^2}{M_{Pl}^2}\right]\tilde{G}^{\mu\nu}_a G^a_{\mu\nu}. \tag{19}$$

В действии (15) мы выписали поле Хиггса в унитарной калибровке, $H = (0, h/\sqrt{2})^T$. Мы предполагаем $\langle\chi\rangle \simeq M_{Pl}$, так что в поздней Вселенной $h^2/\chi^2 \sim v^2/M_{Pl}^2 \ll 1$. Члены этого типа можно рассматривать как ультрафиолетовые поправки ведущего порядка к эффективной теории Хиггс-дилатонной инфляции. Мы также будем работать в формализме Палатини, в котором инфляция Хиггса унитарна [117]. При переходе в эйнштейновскую систему координат масштабная инвариантность спонтанно нарушается планковской массой M_{Pl}, так что исходный Хиггс-дилатонный потенциал (18) в терминах новых переменных (ϕ, r) не зависит от r.

Мы предполагаем, что во время инфляции поле h принимает сверхпланковские значения, поэтому $h^2/\chi^2 \gg 1$. В этих условиях в нашей модели инфляция описывается эффективным потенциалом Старобинского:

$$V_E(\phi) \simeq \frac{\lambda\delta_2 M_{Pl}^4}{4\xi^2}\left(1-\frac{\xi_h}{\xi}\sinh^2\left[\sqrt{\frac{\xi}{\alpha}}\frac{\phi-\phi_{\rm vac}}{M_{Pl}}\right]\right)^2, \tag{20}$$

где $\phi_{\rm vac}$ — вакуумное значение поля инфлатона. Потенциал (20) позволяет рассчитать спектральные характеристики инфляции.

Наши расчёты спектральных характеристик первичных возмущений инфляции показали, что пространство параметров такой модели допускает значения параметра Хаббла во время инфляции, совместные с требованием унитарности модели, что даёт возможность подавить амплитуду мод изокривизны и избежать проблемы тонкой настройки начального значения аксиона-дилатона. Таким образом, наша модель, в которой голдстоуновский бозон спонтанно нарушенной квантовой масштабной инвариантности — дилатон — отождествляется с аксионом (путём приписывания первому аксионного члена взаимодействия с топологической плотностью калибровочных полей КХД), естественно решает "сильную CP-проблему", а также представляет собой низкоэнергетическую эффективную теорию поля, совместную с текущими наблюдательными ограничениями и описывающую полем дилатона всю наблюдаемую тёмную материю.

В **Главе 3** рассматривается энтропия зацепленности излучения Хокинга чёрной дыры Райсснера-Нордстрёма с учётом вклада островной конфигурации. Формула

для энтропии зацепленности с учётом островной конфигурации имеет вид [26; 27]:

$$S(R) = \min\left\{\operatorname*{ext}_{\partial I}\left[\frac{\mathrm{Area}(\partial I)}{4G} + S_{\mathrm{m}}(R \cup I)\right]\right\}, \tag{21}$$

где область I — остров, ∂I — его граница, $S_{\mathrm{m}}(R\cup I)$ — энтропия зацепленности квантовой теории поля в области $R \cup I$ на фиксированном искривлённом фоне. В нашей модели для вычисления $S_{\mathrm{m}}(R\cup I)$ используется приближение энтропией зацепленности двумерных безмассовых фермионных полей. Проанализирована зависимость от времени энтропии зацепленности областей конечной протяжённости для различных значений заряда чёрной дыры меньше критического.

Метрика чёрной дыры Райсснера-Нордстрёма в четырёхмерном пространстке-времени имеет вид:

$$ds^2 = -f_h(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f_h(r)} + r^2 d\Omega_2^2, \quad f_h(r) = \frac{1}{r^2}(r - r_-)(r - r_+), \tag{22}$$

где $d\Omega_2^2$ — метрика на двумерной сфере, r_+ и r_- — внешний и внутренний горизонты, $r_\pm \equiv GM \pm \sqrt{(GM)^2 - GQ^2}$, $GM^2 > Q^2$, M и Q — масса и электрический заряд чёрной дыры, G — гравитационная постоянная. Черепашья координата $r_*(r)$ определяется формулой [118]:

$$r_*(r) = \int^r \frac{dr'}{f_h(r')} = r + \frac{r_+^2}{r_+ - r_-}\ln\frac{|r - r_+|}{r_+} - \frac{r_-^2}{r_+ - r_-}\ln\frac{|r - r_-|}{r_-}. \tag{23}$$

Температура Хокинга T_h и поверхностная гравитация κ_h даются выражениями:

$$T_h = \frac{r_+ - r_-}{4\pi r_+^2}, \qquad \kappa_h = 2\pi T_h = \frac{r_+ - r_-}{2r_+^2}. \tag{24}$$

Пусть на поверхности Коши Σ задано состояние замкнутой системы, описывающей чёрную дыру и её излучение Хокинга. Разобьём Σ на область, содержащую чёрную дыру BH, конечную область R и прилегающую к ней дополнительную область C: $\Sigma = BH \cup R \cup C$ (см. рисунок 1). Если это состояние является чистым, то для $S(R)$ верна оценка [119]:

$$S(R) \le 2S_{\text{B-H}} + S(C), \qquad S_{\text{B-H}} = \frac{\mathrm{Area(horizon)}}{4G}, \tag{25}$$

где $S_{\text{B-H}}$ — энтропия Бекенштейна-Хокинга внешнего горизонта r_+ чёрной дыры. Невыполнение неравенства (25) является достаточным условием нарушения унитарности оператора эволюции такой системы, т.е. индикатором информационного парадокса в формулировке Пейджа [120; 121].

Чтобы получить представление о поведении энтропии зацепленности излучения Хокинга в четырёхмерных чёрных дырах, в литературе вместо полной метрики, в данном случае (22), рассматривается двумерная метрика [119; 122–127]:

$$ds_{2d}^2 = -f_h(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f_h(r)}, \tag{26}$$

и на её фоне изучается энтропия c копий свободных безмассовых дираковских фермионов. В координатах Крускала:

$$U = \mp e^{-\kappa_h(t - r_*)}/\kappa_h, \quad V = \pm e^{\kappa_h(t + r_*)}/\kappa_h, \tag{27}$$

(верхний знак соответствует правому статическому клину, а нижний — левому) метрика (26) имеет вид:

$$ds^2_{2d} = -e^{2\rho(r)} dU dV, \quad e^{2\rho(r)} = f_h(r) e^{-2\kappa_h r_*(r)}. \tag{28}$$

При этом предполагается, что двумерный аналог излучения Хокинга "собирается" на $N \geq 1$ непересекающихся интервалах $[\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i]$, $i = 1, ..., N$, где $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{y}_i$ — граничные точки данных интервалов в метрике (28). Такое рассмотрение позволяет воспользоваться выражением для энтропии зацепленности двумерных свободных безмассовых дираковских фермионов, полученным в работе [128]:

$$S_{\rm m} = \frac{c}{3} \sum_{i,\,j}^{N} \ln \frac{d(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_j)}{\varepsilon} - \frac{c}{3} \sum_{i<j}^{N} \ln \frac{d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)}{\varepsilon} - \frac{c}{3} \sum_{i<j}^{N} \ln \frac{d(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j)}{\varepsilon}, \tag{29}$$

где ε — ультрафиолетовое обрезание. В метрике (28) $d^2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ имеет вид:

$$\begin{aligned} d^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= -e^{\rho(\mathbf{x})} e^{\rho(\mathbf{y})} \left[U(\mathbf{x}) - U(\mathbf{y})\right] \left[V(\mathbf{x}) - V(\mathbf{y})\right] = \\ &= \frac{2\sqrt{f_h(x) f_h(y)}}{\kappa_h^2} \big[\cosh \kappa_h (r_*(x) - r_*(y)) - \cosh \kappa_h (t_x - t_y) \big], \end{aligned} \tag{30}$$

где $\mathbf{x} = (x, t_x)$, $\mathbf{y} = (y, t_y)$.

Далее мы будем работать в так называемых расширенных статических координатах (t, r), которые покрывают одновременно левый и правый статические клинья. Чтобы различать, в каком из клиньев находится та или иная точка, мы будем использовать индекс "+" для правого статического клина, а "−" — для левого. Расширенные координаты будут покрывать оба клина за счёт выбора времениподобной координаты левого статического клина в виде $t_- = t_+ + i\pi/\kappa_h$. Обратим внимание, что исходная формула (30) записана в крускаловских координатах, которые покрывают в том числе оба рассматриваемых клина. Комплексная добавка в t_- соответствует смене общего знака крускаловских координат при переходе между левым и правым статическими клиньями.

Рассмотрим конечную область $R = R_- \cup R_+ \equiv [\mathbf{q}_-, \mathbf{b}_-] \cup [\mathbf{b}_+, \mathbf{q}_+]$ с границами $\mathbf{q}_- = \{q, -t_b + i\pi/\kappa_h\}$, $\mathbf{q}_+ = \{q, t_b\}$, $\mathbf{b}_- = \{b, -t_b + i\pi/\kappa_h\}$, $\mathbf{b}_+ = \{b, t_b\}$ (см. рисунок 1). Энтропия зацепленности области R определяется выражением:

$$S_{\rm m}(R) = \frac{c}{3} \ln \left(\frac{4\sqrt{f_h(b) f_h(q)}}{\kappa_h^2 \varepsilon^2} \right) + \frac{c}{3} \ln \left(\frac{\cosh \kappa_h (r_*(q) - r_*(b)) - 1}{\cosh \kappa_h (r_*(q) - r_*(b)) + \cosh 2\kappa_h t_b} \right) + \frac{2c}{3} \ln \cosh \kappa_h t_b. \tag{31}$$

На ранних временах, $\kappa_h t_b \ll 1$, энтропия $S_{\rm m}(R)$ растёт линейно. На поздних временах, $\kappa_h t_b \gg 1$, энтропия постоянна.

Энтропия области $C = C_- \cup C_+ \equiv [i^0, \mathbf{q}_-] \cup [\mathbf{q}_+, i^0]$, где i^0 — пространственноподобная бесконечность, даётся выражением:

$$S_{\rm m}(C) = \frac{c}{6} \ln \left(\frac{4 f_h(q)}{\kappa_h^2 \varepsilon^2} \cosh^2 \kappa_h t_q \right). \tag{32}$$

На поздних временах $S_{\rm m}(R)$ (31) постоянна, а $S_{\rm m}(C)$ (32) растёт линейно, поэтому мы можем сделать вывод, что ограничение энтропии (25) удовлетворяется, начиная с некоторого значения r_- (при фиксированном r_+) для заданного размера области $q - b$. Данное значение $r_{-,\rm bound}(q)$ определяется следующим образом:

$$\frac{d}{dt_b} \left(S_{\rm m}(R) - S_{\rm m}(C) \right) \Big|_{t_b = t_{b,\max}} = 0, \tag{33}$$

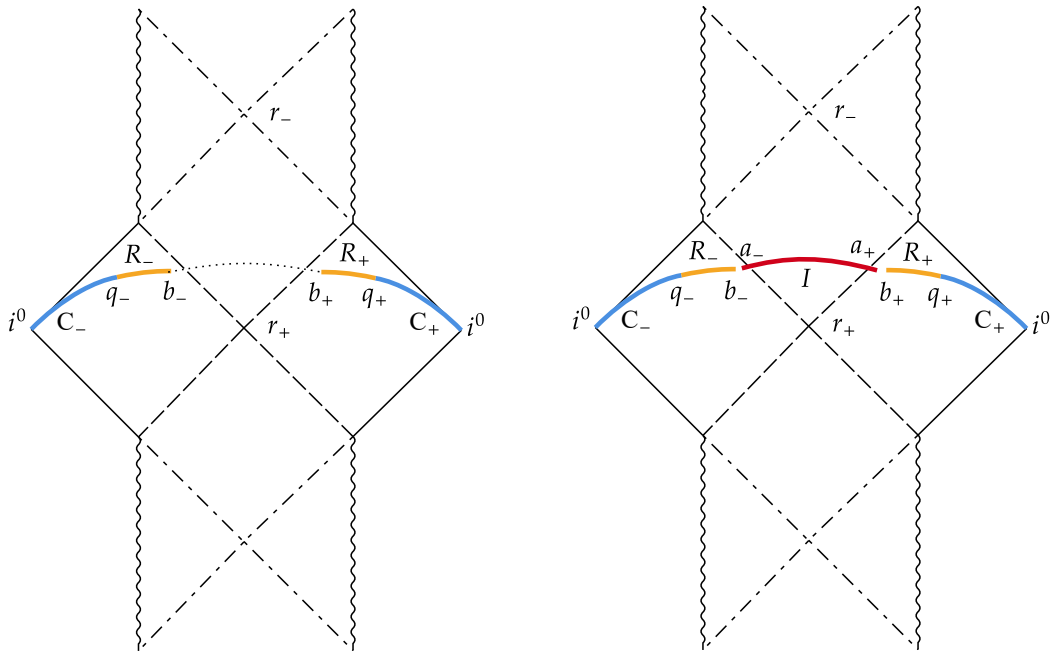


Рис. 1: Диаграмма Пенроуза пространства-времени Райсснера-Нордстрёма [118]. Внешний горизонт r_+ показан пунктирными линиями, внутренний r_- — штрих-пунктирными, а сингулярность — волнистыми линиями. Пространственно-подобные бесконечности обозначены как i^0. Конечная область $R = R_- \cup R_+$ обозначена оранжевым цветом, а прилегающая к ней полубесконечная область $C = C_- \cup C_+$ — синим. *Слева:* Случай без острова. Точечной кривой обозначена область BH, так что поверхность Коши Σ даётся объединением $\Sigma = BH \cup R \cup C$. *Справа:* Случай с островом I (красная кривая) для области R.

откуда следует, что:

$$S_{\rm m}(R) - S_{\rm m}(C)\Big|_{t_b=t_{b,\max}} = \frac{c}{6}\ln\left(\frac{f_h(b)}{\kappa_h^2\varepsilon^2}\sinh^2\left(\frac{\kappa_h(r_*(q)-r_*(b))}{2}\right)\right) \leq 2S_{\text{B-H}}. \tag{34}$$

Мы решили данное неравенство и показали, что чем больше область R, тем ближе к экстремальному состоянию ($r_- \to r_+$) должна находиться чёрная дыра, чтобы неравенство (25) не нарушалось.

Теперь рассмотрим вклад островов в динамику энтропии, предполагая, что положение острова $I = [\mathbf{a}_-, \mathbf{a}_+]$ задаётся следующими координатами:

$$\mathbf{a}_- = \left\{a, -t_a + \frac{i\pi}{\kappa_h}\right\}, \qquad \mathbf{a}_+ = \{a, t_a\}. \tag{35}$$

Мы показали (см. рисунок 2), что на промежуточных временах существует решение уравнений экстремизации с нетривиальным островом, $0 < a - r_+ \ll r_+$. Мы провели расчёты, которые демонстрируют, что в момент, когда энтропия выходит на насыщение, остров исчезает (решение становится тривиальным). Из нашего анализа также следует, что остров даёт доминирующий вклад в энтропию (21) только при малых зарядах, $r_- \ll r_+$, и приводит к разрыву энтропии, когда исчезает. Во время доминирования острова неравенство (25) не нарушается. При $r_- \sim r_+$ вклад острова становится субдоминирующим и не влияет на динамику энтропии. Следовательно, ограничение (25) в чёрной дыре Райсснера-Нордстрёма выполняется, начиная с $r_{-,\text{bound}}$ для заданного q, независимо от наличия нетривиальных экстремальных конфигураций (35).

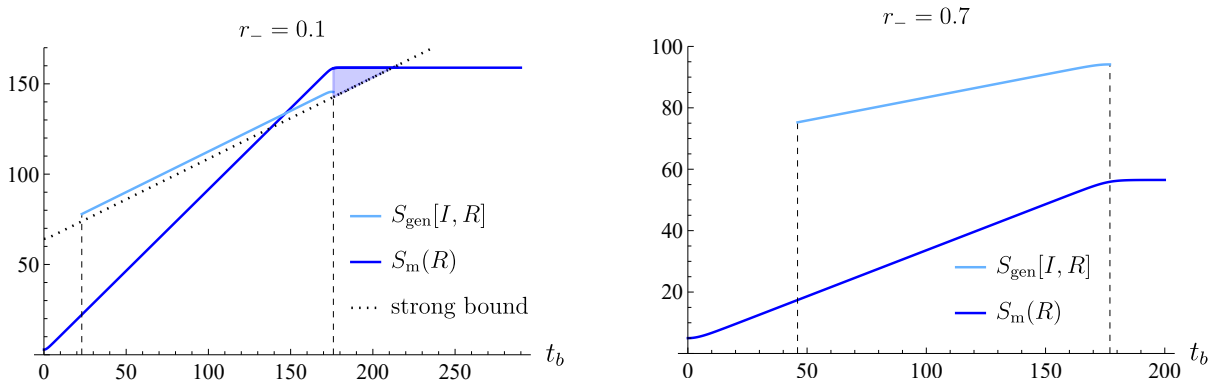


Рис. 2: *Слева*: Зависимость от времени энтропии зацепленности материи (тёмно-синие кривые) и энтропии с островом (светло-голубые кривые) для конечной области R в чёрной дыре Райсснера-Нордстрёма при $r_- = 0.1$ и $r_+ = 1$. В каждый момент времени энтропия задаётся минимумом из двух кривых. *Справа:* То же при $r_- = 0.7$. При $r_- \ll r_+$ происходит разрыв в момент времени, при котором энтропия материи достигает постоянного значения, поскольку остров исчезает. Ограничение (25) нарушается в течение некоторого конечного промежутка времени (фиолетовая область на левом графике).

В **Главе 4** изучаются свойства и динамика энтропии зацепленности излучения Хокинга космологического горизонта с учётом вклада островной конфигурации в геометрии частично редуцированного до двумерия трёхмерного пространства де Ситтера [129–131]. Вариант такой редуцированной геометрии интересен тем, что её причинная структура совпадает с причинной структурой трёхмерного пространства де Ситтера.

Метрика трёхмерного пространства де Ситтера имеет вид:

$$ds^2 = -f_c(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f_c(r)} + r^2 d\phi^2, \qquad f_c(r) = 1 - \frac{r^2}{\ell^2}, \tag{36}$$

где ℓ — радиальная координата космологического горизонта. Температура Хокинга T_c и поверхностная гравитация κ_c горизонта определяются выражениями:

$$T_c = \frac{1}{2\pi\ell}, \qquad \kappa_c = \frac{1}{\ell}. \tag{37}$$

Черепашья координата $r_*(r)$ для метрики (36) равна [132]:

$$r_*(r) = \frac{\ell}{2}\ln\frac{\ell + r}{|\ell - r|} = \begin{cases} \ell \operatorname{arctanh} r/\ell, & r < \ell, \\ \ell \operatorname{arctanh} \ell/r, & r > \ell. \end{cases} \tag{38}$$

Координаты Крускала для метрики (36) определяются следующим образом (верхний знак соответствует правому статическому клину, а нижний — левому):

$$U = \pm\frac{1}{\kappa_c} e^{\kappa_c(t - r_*(r))}, \quad V = \mp\frac{1}{\kappa_c} e^{-\kappa_c(t + r_*(r))}. \tag{39}$$

Мы изучаем энтропию зацепленности c копий свободных безмассовых дираковских фермионов на фоне редуцированной двумерной метрики в координатах Крускала:

$$ds^2_{2d} = -e^{2\rho(r)} dU dV, \quad e^{2\rho(r)} = f_c(r) e^{2\kappa_c r_*(r)}. \tag{40}$$

Для вычисления энтропии в такой теории мы используем формулу (29), где:

$$d^2(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \frac{2\sqrt{f_c(x)f_c(y)}}{\kappa_c^2}\left[\cosh\kappa_c(r_*(x)-r_*(y)) - \cosh\kappa_c(t_x - t_y)\right]. \tag{41}$$

Такая постановка задачи следует предшествующим работам [130; 131].

Напомним [133; 134], что если мы рассматриваем чистое состояние, принадлежащее гильбертову пространству $\mathcal{H}_\Sigma$, ассоциированному с поверхностью Коши Σ, то энтропия зацепленности такого состояния, очевидно, равна нулю, $S(\Sigma) = 0$. Если $\mathcal{H}_\Sigma$ представимо в виде тензорного произведения двух гильбертовых подпространств $\mathcal{H}_R$ и $\mathcal{H}_{\overline{R}}$, $\mathcal{H}_\Sigma = \mathcal{H}_R \otimes \mathcal{H}_{\overline{R}}$, соответствующего некоторому разбиению поверхности Коши на подобласти R и $\overline{R}$, $\Sigma = R \cup \overline{R}$, то для энтропии этих подсистем справедливо равенство: $S(R) = S\left(\overline{R}\right)$. Первое соотношение будем называть условием чистоты, а второе — свойством дополнительности энтропии зацепленности. Мы покажем, что данные свойства не выполняются в постановке задачи работ [130; 131].

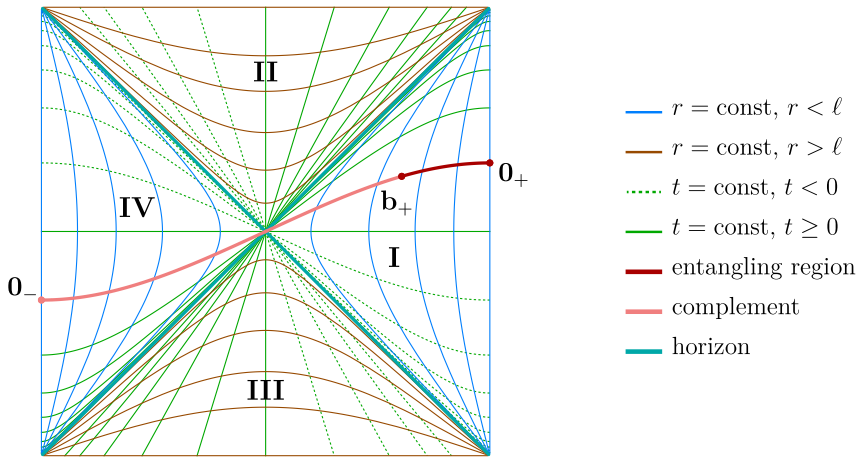


Рис. 3: Диаграмма Пенроуза пространства де Ситтера (40) [132] с областью $R = [\mathbf{b}_+, \mathbf{0}_+]$ (тёмно-красная кривая) и её дополнения $\overline{R} = [\mathbf{0}_-, \mathbf{b}_+]$ (оранжевая кривая), так что $\Sigma = R \cup \overline{R}$, где Σ — поверхность Коши.

Действительно, рассмотрим поверхности Коши в расширенных статических координатах де Ситтера, расположенные между времениподобными гиперповерхностями $r = 0$ в правом и левом статических клиньях: $\Sigma \equiv [\mathbf{0}_-, \mathbf{0}_+]$, $\mathbf{0}_+ = \left\{0,\, t_{0_+}\right\}$, $\mathbf{0}_- = \left\{0,\, t_{0_-} + i\pi/\kappa_c\right\}$.

Энтропия зацепленности чистого состояния, заданного на поверхности Коши Σ в метрике (36), согласно формуле (29), даётся выражением:

$$S_{\mathrm{m}}(\Sigma) = \frac{c}{6}\ln\left(\frac{2}{\kappa_c^2\varepsilon^2}\left[1 + \cosh\kappa_c(t_{0_+} - t_{0_-})\right]\right). \tag{42}$$

Из данной формулы следует, что существует нижняя граница энтропии зацепленности поверхностей Коши:

$$S_{\mathrm{m}}(\Sigma) \geq \frac{c}{3}\ln\frac{2}{\kappa_c\varepsilon}, \tag{43}$$

что противоречит условию чистоты $S(\Sigma) = 0$.

Рассмотрим теперь конечную область $R = [\mathbf{b}_+, \mathbf{0}_+]$, $\mathbf{b}_+ = \{b,\, t_b\}$, $\mathbf{0}_+ = \left\{0,\, t_{0_+}\right\}$, расположенную в правом статическом клине (см. рисунок 3). Энтропия такой области R равна:

$$S_{\mathrm{m}}(R) = \frac{c}{6}\ln\left(\frac{2\sqrt{f_c(b)}}{\kappa_c^2\varepsilon^2}\left[\cosh\kappa_c r_*(b) - \cosh\kappa_c(t_b - t_{0_+})\right]\right). \tag{44}$$

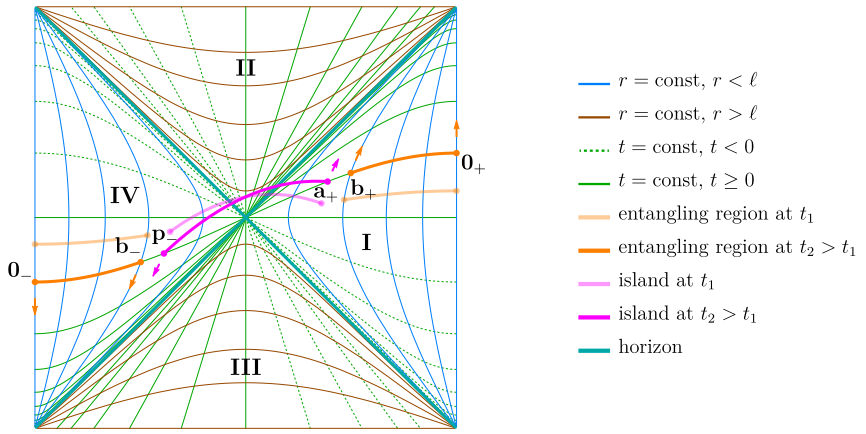


Рис. 4: Диаграмма Пенроуза пространства де Ситтера (40) [132] с областью $R = [\mathbf{0}_-, \mathbf{b}_-] \cup [\mathbf{b}_+, \mathbf{0}_+]$ (оранжевые кривые), $t_{b_+} = t_{b_-} = t_{0_+} = t_{0_-}$. Для такой области существует субдоминирующая конфигурация $I = [\mathbf{p}_-, \mathbf{a}_+]$ (пурпурная кривая).

Энтропия комплементарной области $\overline{R} = [\mathbf{0}_-, \mathbf{b}_+]$ имеет вид:

$$S_{\text{m}}\left(\overline{R}\right) = \frac{c}{6} \ln \left(\frac{2\sqrt{f_c(b)}}{\kappa_c^2 \varepsilon^2} \left[\cosh \kappa_c r_*(b) + \cosh \kappa_c (t_b - t_{0_-}) \right] \right). \tag{45}$$

Выражения (44) и (45) различаются, поэтому свойство дополнительности явно нарушено, $S(R) \neq S(\overline{R})$.

Рассмотрим теперь область $R = [\mathbf{0}_-, \mathbf{b}_-] \cup [\mathbf{b}_+, \mathbf{0}_+]$, с координатами границ $b_- = b_+ = b$, $t_{b_+} = t_{b_-} = t_{0_+} = t_{0_-}$, а также остров для этой области $I = [\mathbf{p}_-, \mathbf{a}_+]$ (см. рисунок 4). Мы показали, что задача экстремизации (21) имеет нетривиальное симметричное решение:

$$a_+ = p_- = a, \quad t_{a_+} = t_{p_-} = t_a. \tag{46}$$

Однако данная конфигурация не доминирует в течение всей временной эволюции энтропии, т.е. является сублидирующей. Это означает, что вычисление энтропии по формуле (21) не меняет наших выводов о невыполнении свойств чистоты и дополнительности энтропии зацепленности в подходе работ [130; 131].

В **Главе 5** рассматривается временная эволюция наблюдаемых в неравновесных состояниях, создаваемых вставками локальных операторов. Данная процедура возбуждения основного состояния называется операторным локальным квенчем. Состояние после операторного локального квенча оператором $O(t, x)$ в представлении Шрёдингера выглядит следующим образом [51; 54; 55; 83]:

$$|\Psi(t)\rangle = \mathcal{N}_O \cdot e^{-iH(t-t_0)} \cdot e^{-\varepsilon H} O(t_0, x_0)|0\rangle, \tag{47}$$

где $\mathcal{N}_O$ — нормировочный коэффициент, а ε — параметр регуляризации.

Корреляционная функция локального оператора $\mathcal{O}$ в состоянии (47) даётся выражением:

$$\langle \mathcal{O}(t, x) \rangle_O = \frac{\langle \Psi | \mathcal{O}(t, x) | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle}. \tag{48}$$

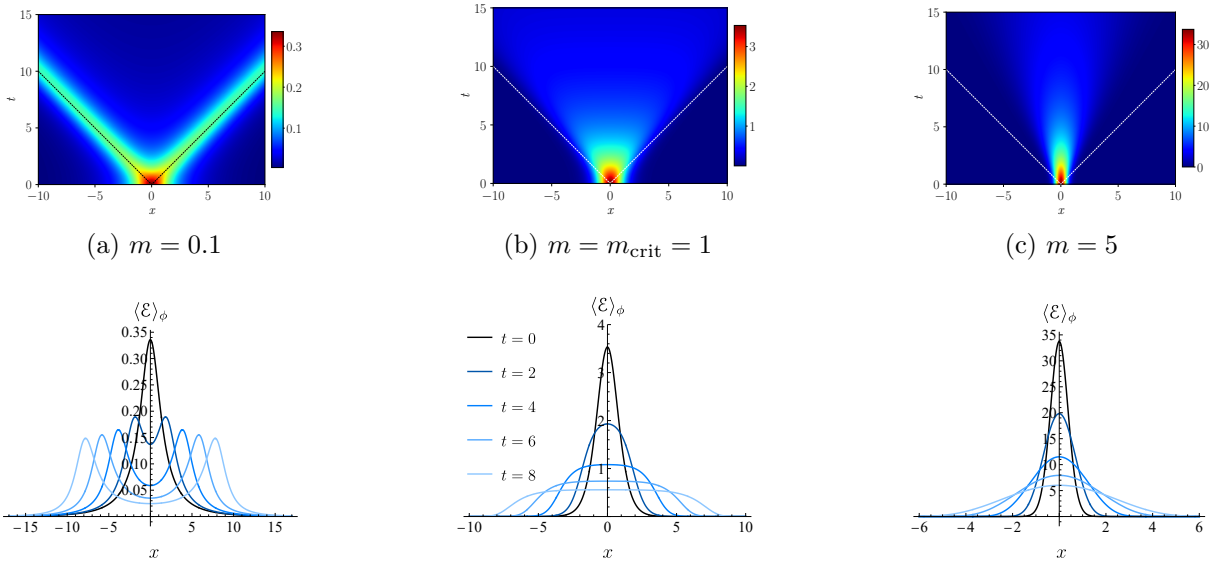
Согласно данной формуле нами был вычислен ряд корреляционных функций различных наблюдаемых, включающих в себя оператор плотности энергии, электрического

заряда и конденсата скалярного поля, которые обобщают известные в литературе результаты для двумерной конформной теории поля на случай ненулевой массы и $d > 2$ числа пространственно-временных измерений.

Полученная нами корреляционная функция оператора плотности энергии в массивной скалярной теории в возбуждённом состоянии, задаваемом вставкой оператора поля ϕ в точке $(0, 0)$, имеет вид:

$$\langle \mathcal{E}(t,x)\rangle_\phi = \frac{m^2}{K_0(2\varepsilon m)}\left[\left(\varepsilon^2+t^2+x^2\right)\left|\frac{K_1\left(m\sqrt{(\varepsilon-it)^2+x^2}\right)}{\sqrt{(\varepsilon-it)^2+x^2}}\right|^2 + \right. \\ \left. + \left|K_0\left(m\sqrt{(\varepsilon-it)^2+x^2}\right)\right|^2\right]. \tag{49}$$

Нами было показано, что для квенча оператором ϕ в двумерной массивной скалярной теории поля можно выделить три различных режима эволюции плотности энергии в зависимости от значения массы: неубывающий, промежуточный и диссипативный, см. рисунок 5. Переход между режимами происходит при массе $m_{\text{crit}} \simeq 3/(2\varepsilon)$.



(a) $m = 0.1$ (b) $m = m_{\text{crit}} = 1$ (c) $m = 5$

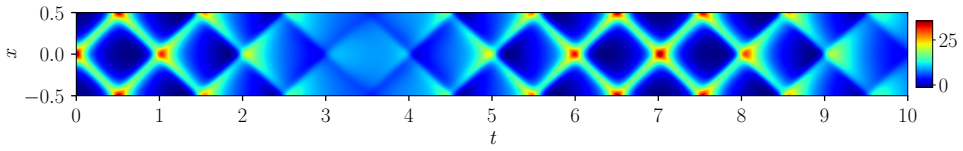
(d) $m = 0.1$ (e) $m = m_{\text{crit}} = 1$ (f) $m = 5$

Рис. 5: *Сверху:* Эволюция плотности энергии после локального квенча оператором ϕ в двумерной теории массивного скалярного поля. Пунктирные линии обозначают световой конус. *Снизу:* Пространственное распределение плотности энергии после локального квенча оператором ϕ в фиксированные моменты времени.

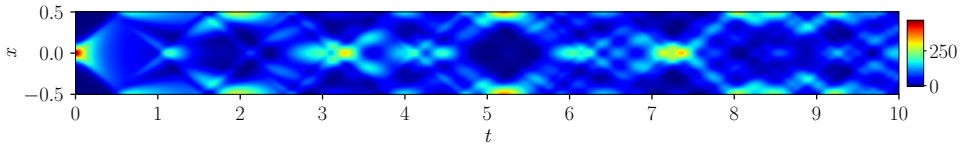
Нами была получена одноточечная корреляционная функция uu-компоненты ($u = \rho + i\tau$, $v = \rho - i\tau$, где $\rho = \sqrt{x^i x_i}$, а τ — евклидово время) тензора энергии-импульса при $d > 2$ в возбуждённом состоянии после квенча оператором $\partial\phi$ ($\partial \equiv \partial_u$):

$$\langle T_{uu}\rangle_{\partial\phi,\,d}\Big|_{m=0} = \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2}+1\right)}{\pi^{\frac{d}{2}-1}}\cdot\frac{\varepsilon^2+v^2}{\varepsilon^2+u^2}\cdot\frac{(2\varepsilon)^d}{\left[(\varepsilon^2+u^2)(\varepsilon^2+v^2)\right]^{\frac{d}{2}}}. \tag{50}$$

Мы показали, что, как и в случае $d = 2$, данное выражение с точностью до константы совпадает с соответствующими компонентами тензора энергии-импульса голографической d-мерной CFT, двойственной падающей массивной частице в AdS_{d+1} (см. уравнения (2.20), (2.21) в статье [47]).

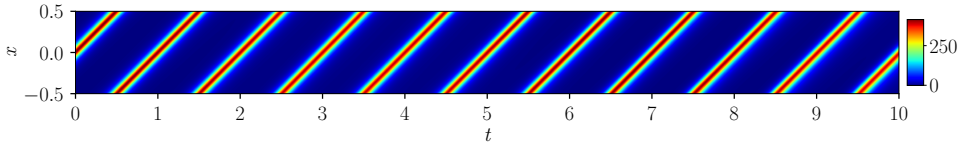


(a) $m = 1$

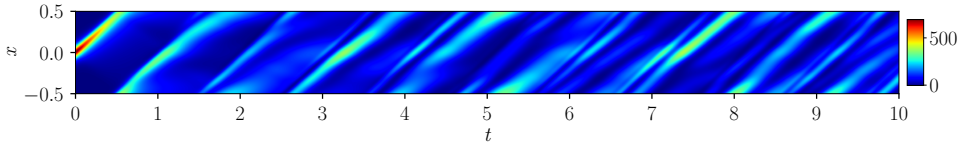


(b) $m = 10$

Рис. 6: Эволюция плотности энергии после локального квенча оператором ϕ на цилиндре в массивной скалярной теории поля.



(a) $m = 1$



(b) $m = 10$

Рис. 7: Эволюция плотности энергии после локального квенча оператором $\partial\phi$ на цилиндре в массивной скалярной теории поля.

Теперь рассмотрим скалярную теорию поля на цилиндре с периодической пространственной координатой $x \sim x + L$. Наш численный расчёт демонстрирует, что особенностью распространения возмущения в такой теории является то, что оно не затухает на больших временах, как того можно было бы ожидать по аналогии с результатом в плоском пространстве.

На рисунке 6 показан наш результат для пространственно-временного распределения плотности энергии после квенча оператором ϕ. Возмущение при $m \to 0$ практически не затухает и свободно обвивает цилиндр. Большие массы, которые в случае плоского пространства приводят к быстро расплывающимся конфигурациям, обуславливают иррегулярное распределение плотности энергии.

Полученное нами пространственно-временное распределение плотности энергии после квенча оператором $\partial\phi$ изображёно на рисунке 7. Мы получили аналитическую оценку значения массы, при которой поведение, характерное для случая CFT_2, изменяется. Разложим пропагатор на цилиндре в импульсном пространстве до первого порядка по m^2:

$$\frac{1}{q^2 + m^2 + \omega_n^2} \simeq \frac{1}{q^2 + \omega_n^2} - \frac{m^2}{\left(q^2 + \omega_n^2\right)^2} + O(m^4). \tag{51}$$

Критическая масса $m_{\text{crit}}^{\text{cyl}}$, при которой m^2-поправка имеет тот же порядок, что и

безмассовый пропагатор, оценивается по формуле:

$$\frac{\left(m_{\text{crit}}^{\text{cyl}}\right)^2}{\left(q^2+\omega_n^2\right)^2} \Bigg/ \frac{1}{q^2+\omega_n^2} \sim 1. \tag{52}$$

Это даёт $m_{\text{crit}}^{\text{cyl}} \sim 1/L$ для $q \sim 1/L$. При $m < m_{\text{crit}}^{\text{cyl}}$ не наблюдается практически никаких эффектов, которые бы отличали массивную теорию от CFT_2. По мере увеличения массы мы видим последовательные подавления и усиления амплитуды возмущения плотности энергии. При $m \gg m_{\text{crit}}^{\text{cyl}}$ колебания разных частот накладываются, и структура возмущения становится иррегулярной.

Список литературы

1. *Fulling S. A.* Nonuniqueness of canonical field quantization in Riemannian spacetime // Phys. Rev. D. — 1973. — Vol. 7. — P. 2850–2862. — DOI: 10.1103/PhysRevD.7.2850.
2. *Davies P. C. W.* Scalar particle production in Schwarzschild and Rindler metrics // J. Phys. A. — 1975. — Vol. 8. — P. 609–616. — DOI: 10.1088/0305-4470/8/4/022.
3. *Unruh W. G.* Notes on black hole evaporation // Phys. Rev. D. — 1976. — Vol. 14. — P. 870. — DOI: 10.1103/PhysRevD.14.870.
4. *Hawking S. W.* Particle creation by black holes // Comm. Math. Phys. — 1975. — Vol. 43. — P. 199.
5. *Parker L.* Quantized fields and particle creation in expanding universes. 1. // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 183. — P. 1057–1068. — DOI: 10.1103/PhysRev.183.1057.
6. *Zeldovich Y. B.*, *Starobinsky A. A.* Particle production and vacuum polarization in an anisotropic gravitational field // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1971. — Vol. 61. — P. 2161–2175.
7. *Zel'dovich Y. B.*, *Starobinsky A. A.* Rate of particle production in gravitational fields // JETP Lett. — 1977. — Vol. 26, no. 5. — P. 252.
8. *Gibbons G. W.*, *Hawking S. W.* Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation // Phys. Rev. D. — 1977. — May. — Vol. 15, issue 10. — P. 2738–2751. — DOI: 10.1103/PhysRevD.15.2738. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.15.2738.
9. *Vilenkin A.*, *Ford L. H.* Gravitational Effects upon Cosmological Phase Transitions // Phys. Rev. D. — 1982. — Vol. 26. — P. 1231. — DOI: 10.1103/PhysRevD.26.1231.
10. *Birrell N. D.*, *Davies P. C. W.* Massive Particle Production in Anisotropic Spacetimes // J. Phys. A. — 1980. — Vol. 13. — P. 2109. — DOI: 10.1088/0305-4470/13/6/032.
11. *Allen B.* Vacuum States in de Sitter Space // Phys. Rev. D. — 1985. — Vol. 32. — P. 3136. — DOI: 10.1103/PhysRevD.32.3136.
12. *Ford L. H.* Gravitational Particle Creation and Inflation // Phys. Rev. D. — 1987. — Vol. 35. — P. 2955. — DOI: 10.1103/PhysRevD.35.2955.
13. *Hook A.* TASI Lectures on the Strong CP Problem and Axions // PoS. — 2019. — Vol. TASI2018. — P. 004. — arXiv: 1812.02669 [hep-ph].

14. *Dine M.* TASI lectures on the strong CP problem // Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics (TASI 2000): Flavor Physics for the Millennium. — 2000. — P. 349–369. — arXiv: hep-ph/0011376.

15. *Svrcek P., Witten E.* Axions In String Theory // JHEP. — 2006. — Vol. 06. — P. 051. — DOI: 10.1088/1126-6708/2006/06/051. — arXiv: hep-th/0605206.

16. *Kim J. E.* Light Pseudoscalars, Particle Physics and Cosmology // Phys. Rept. — 1987. — Vol. 150. — P. 1–177. — DOI: 10.1016/0370-1573(87)90017-2.

17. *Penington G.* Entanglement Wedge Reconstruction and the Information Paradox // JHEP. — 2020. — Vol. 09. — P. 002. — DOI: 10.1007/JHEP09(2020)002. — arXiv: 1905.08255 [hep-th].

18. The entropy of bulk quantum fields and the entanglement wedge of an evaporating black hole / A. Almheiri [et al.] // JHEP. — 2019. — Vol. 12. — P. 063. — DOI: 10.1007/JHEP12(2019)063. — arXiv: 1905.08762 [hep-th].

19. The Page curve of Hawking radiation from semiclassical geometry / A. Almheiri [et al.] // JHEP. — 2020. — Vol. 03. — P. 149. — DOI: 10.1007/JHEP03(2020)149. — arXiv: 1908.10996 [hep-th].

20. *Ryu S., Takayanagi T.* Holographic derivation of entanglement entropy from AdS/CFT // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96. — P. 181602. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.181602. — arXiv: hep-th/0603001.

21. *Hubeny V. E., Rangamani M., Takayanagi T.* A Covariant holographic entanglement entropy proposal // JHEP. — 2007. — Vol. 07. — P. 062. — DOI: 10.1088/1126-6708/2007/07/062. — arXiv: 0705.0016 [hep-th].

22. *Faulkner T., Lewkowycz A., Maldacena J.* Quantum corrections to holographic entanglement entropy // JHEP. — 2013. — Vol. 11. — P. 074. — DOI: 10.1007/JHEP11(2013)074. — arXiv: 1307.2892 [hep-th].

23. *Engelhardt N., Wall A. C.* Quantum Extremal Surfaces: Holographic Entanglement Entropy beyond the Classical Regime // JHEP. — 2015. — Vol. 01. — P. 073. — DOI: 10.1007/JHEP01(2015)073. — arXiv: 1408.3203 [hep-th].

24. *Fursaev D. V.* Proof of the holographic formula for entanglement entropy // JHEP. — 2006. — Vol. 09. — P. 018. — DOI: 10.1088/1126-6708/2006/09/018. — arXiv: hep-th/0606184.

25. *Lewkowycz A., Maldacena J.* Generalized gravitational entropy // JHEP. — 2013. — Vol. 08. — P. 090. — DOI: 10.1007/JHEP08(2013)090. — arXiv: 1304.4926 [hep-th].

26. Replica wormholes and the black hole interior / G. Penington [et al.] // JHEP. — 2022. — Vol. 03. — P. 205. — DOI: 10.1007/JHEP03(2022)205. — arXiv: 1911.11977 [hep-th].

27. Replica Wormholes and the Entropy of Hawking Radiation / A. Almheiri [et al.] // JHEP. — 2020. — Vol. 05. — P. 013. — DOI: 10.1007/JHEP05(2020)013. — arXiv: 1911.12333 [hep-th].

28. *Liu H., Sonner J.* Holographic systems far from equilibrium: a review // Rept. Prog. Phys. — 2019. — Vol. 83, no. 1. — P. 016001. — DOI: 10.1088/1361-6633/ab4f91. — arXiv: 1810.02367 [hep-th].

29. Holographic Duality in Condensed Matter Physics / J. Zaanen [et al.]. — Cambridge, UK : Cambridge Univ. Press, 2015. — ISBN 978-1-107-08008-9.

30. *Hartnoll S. A.*, *Lucas A.*, *Sachdev S.* Holographic quantum matter. — 2016. — arXiv: 1612.07324 [hep-th].

31. Snowmass White Paper: New ideas for many-body quantum systems from string theory and black holes / M. Blake [et al.]. — 2022. — arXiv: 2203.04718 [hep-th].

32. Snowmass White Paper: Quantum information in quantum field theory and quantum gravity / T. Faulkner [et al.]. — 2022. — arXiv: 2203.07117 [hep-th].

33. *Mezei M.* Membrane theory of entanglement dynamics from holography // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 98, no. 10. — P. 106025. — DOI: 10.1103/PhysRevD.98.106025. — arXiv: 1803.10244 [hep-th].

34. *Calabrese P.*, *Cardy J. L.* Time-dependence of correlation functions following a quantum quench // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96. — P. 136801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.136801. — arXiv: cond-mat/0601225.

35. *Calabrese P.*, *Cardy J.* Quantum Quenches in Extended Systems // J. Stat. Mech. — 2007. — Vol. 0706. — P06008. — DOI: 10.1088/1742-5468/2007/06/P06008. — arXiv: 0704.1880 [cond-mat.stat-mech].

36. *Calabrese P.*, *Cardy J.* Quantum quenches in 1 + 1 dimensional conformal field theories // J. Stat. Mech. — 2016. — Vol. 1606, no. 6. — P. 064003. — DOI: 10.1088/1742-5468/2016/06/064003. — arXiv: 1603.02889 [cond-mat.stat-mech].

37. *Buchel A.*, *Myers R. C.*, *Niekerk A. van.* Universality of Abrupt Holographic Quenches // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 111. — P. 201602. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.201602. — arXiv: 1307.4740 [hep-th].

38. *Das S. R.*, *Galante D. A.*, *Myers R. C.* Universal scaling in fast quantum quenches in conformal field theories // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 171601. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.171601. — arXiv: 1401.0560 [hep-th].

39. *Das S. R.*, *Galante D. A.*, *Myers R. C.* Universality in fast quantum quenches // JHEP. — 2015. — Vol. 02. — P. 167. — DOI: 10.1007/JHEP02(2015)167. — arXiv: 1411.7710 [hep-th].

40. *Das S. R.*, *Galante D. A.*, *Myers R. C.* Smooth and fast versus instantaneous quenches in quantum field theory // JHEP. — 2015. — Vol. 08. — P. 073. — DOI: 10.1007/JHEP08(2015)073. — arXiv: 1505.05224 [hep-th].

41. *Calabrese P.*, *Cardy J.* Entanglement and correlation functions following a local quench: a conformal field theory approach // J. Stat. Mech. — 2007. — Vol. 0710, no. 10. — P10004. — DOI: 10.1088/1742-5468/2007/10/P10004. — arXiv: 0708.3750 [cond-mat.stat-mech].

42. *Stéphan J.-M.*, *Dubail J.* Local quantum quenches in critical one-dimensional systems: entanglement, the Loschmidt echo, and light-cone effects // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. — 2011. — Vol. 2011, no. 08. — P08019. — DOI: 10.1088/1742-5468/2011/08/p08019. — URL: https://doi.org/10.1088/1742-5468/2011/08/p08019.

43. Observation of Complex Bound States in the Spin-1/2 Heisenberg XXZ Chain Using Local Quantum Quenches / M. Ganahl [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108, issue 7. — P. 077206. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.077206. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.077206.

44. Measurement Quench in Many-Body Systems / A. Bayat [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2018. — Vol. 121, issue 3. — P. 030601. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.030601. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.121.030601.

45. *Gruber M.*, *Eisler V.* Magnetization and entanglement after a geometric quench in the XXZ chain // Phys. Rev. B. — 2019. — May. — Vol. 99, issue 17. — P. 174403. — DOI: 10.1103/PhysRevB.99.174403. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.99.174403.

46. Signature of Generalized Gibbs Ensemble Deviation from Equilibrium: Negative Absorption Induced by a Local Quench / L. Rossi [et al.] // Entropy. — 2021. — Vol. 23, no. 2. — ISSN 1099-4300. — URL: https://www.mdpi.com/1099-4300/23/2/220.

47. *Nozaki M.*, *Numasawa T.*, *Takayanagi T.* Holographic Local Quenches and Entanglement Density // JHEP. — 2013. — Vol. 05. — P. 080. — DOI: 10.1007/JHEP05(2013)080. — arXiv: 1302.5703 [hep-th].

48. *Agón C. A.*, *Lokhande S. F.*, *Pedraza J. F.* Local quenches, bulk entanglement entropy and a unitary Page curve // JHEP. — 2020. — Vol. 08. — P. 152. — DOI: 10.1007/JHEP08(2020)152. — arXiv: 2004.15010 [hep-th].

49. *Bianchi L.*, *De Angelis S.*, *Meineri M.* Radiation, entanglement and islands from a boundary local quench // SciPost Phys. — 2023. — Vol. 14, no. 6. — P. 148. — DOI: 10.21468/SciPostPhys.14.6.148. — arXiv: 2203.10103 [hep-th].

50. Entanglement entropy production in deep inelastic scattering / K. Zhang [et al.] // Phys. Rev. D. — 2022. — Vol. 105, no. 1. — P. 014002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.105.014002. — arXiv: 2110.04881 [quant-ph].

51. *Nozaki M.*, *Numasawa T.*, *Takayanagi T.* Quantum Entanglement of Local Operators in Conformal Field Theories // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 111602. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.111602. — arXiv: 1401.0539 [hep-th].

52. Quantum dimension as entanglement entropy in two dimensional conformal field theories / S. He [et al.] // Phys. Rev. D. — 2014. — Vol. 90, no. 4. — P. 041701. — DOI: 10.1103/PhysRevD.90.041701. — arXiv: 1403.0702 [hep-th].

53. *Astaneh A. F.*, *Mosaffa A. E.* Quantum Local Quench, AdS/BCFT and Yo-Yo String // JHEP. — 2015. — Vol. 05. — P. 107. — DOI: 10.1007/JHEP05(2015)107. — arXiv: 1405.5469 [hep-th].

54. *Caputa P.*, *Nozaki M.*, *Takayanagi T.* Entanglement of local operators in large-N conformal field theories // PTEP. — 2014. — Vol. 2014. — 093B06. — DOI: 10.1093/ptep/ptu122. — arXiv: 1405.5946 [hep-th].

55. Holographic Entanglement Entropy from 2d CFT: Heavy States and Local Quenches / C. T. Asplund [et al.] // JHEP. — 2015. — Vol. 02. — P. 171. — DOI: 10.1007/JHEP02(2015)171. — arXiv: 1410.1392 [hep-th].

56. Quantum Entanglement of Localized Excited States at Finite Temperature / P. Caputa [et al.] // JHEP. — 2015. — Vol. 01. — P. 102. — DOI: 10.1007/JHEP01(2015)102. — arXiv: 1410.2287 [hep-th].

57. *Guo W.-Z.*, *He S.* Rényi entropy of locally excited states with thermal and boundary effect in 2D CFTs // JHEP. — 2015. — Vol. 04. — P. 099. — DOI: 10.1007/JHEP04(2015)099. — arXiv: 1501.00757 [hep-th].

58. Scrambling time from local perturbations of the eternal BTZ black hole / P. Caputa [et al.] // JHEP. — 2015. — Vol. 08. — P. 011. — DOI: 10.1007/JHEP08(2015)011. — arXiv: 1503.08161 [hep-th].

59. *Caputa P.*, *Veliz-Osorio A.* Entanglement constant for conformal families // Phys. Rev. D. — 2015. — Vol. 92, no. 6. — P. 065010. — DOI: 10.1103/PhysRevD.92.065010. — arXiv: 1507.00582 [hep-th].

60. Entanglement Entropy for Descendent Local Operators in 2D CFTs / B. Chen [et al.] // JHEP. — 2015. — Vol. 10. — P. 173. — DOI: 10.1007/JHEP10(2015)173. — arXiv: 1507.01157 [hep-th].

61. *Ageev D. S.*, *Aref'eva I. Y.*, *Tikhanovskaya M. D.* (1+1)-Correlators and moving massive defects // Theor. Math. Phys. — 2016. — Vol. 188, no. 1. — P. 1038–1068. — DOI: 10.1134/S0040577916070060. — arXiv: 1512.03362 [hep-th].

62. *Ageev D. S.*, *Aref'eva I. Y.* Holographic instant conformal symmetry breaking by colliding conical defects // Theor. Math. Phys. — 2016. — Vol. 189, no. 3. — P. 1742–1754. — DOI: 10.1134/S0040577916120072. — arXiv: 1512.03363 [hep-th].

63. *Rangamani M.*, *Rozali M.*, *Vincart-Emard A.* Dynamics of Holographic Entanglement Entropy Following a Local Quench // JHEP. — 2016. — Vol. 04. — P. 069. — DOI: 10.1007/JHEP04(2016)069. — arXiv: 1512.03478 [hep-th].

64. *Caputa P.*, *Nozaki M.*, *Numasawa T.* Charged Entanglement Entropy of Local Operators // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 93, no. 10. — P. 105032. — DOI: 10.1103/PhysRevD.93.105032. — arXiv: 1512.08132 [hep-th].

65. Universal dynamics of a soliton after an interaction quench / F. Franchini [et al.] // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. — 2015. — Vol. 48, no. 28. — 28FT01.

66. *Franchini F.*, *Kulkarni M.*, *Trombettoni A.* Hydrodynamics of local excitations after an interaction quench in 1D cold atomic gases // New J. Phys. — 2016. — Vol. 18, no. 11. — P. 115003. — DOI: 10.1088/1367-2630/18/11/115003. — arXiv: 1603.03051 [cond-mat.quant-gas].

67. *He S.* Conformal bootstrap to Rényi entropy in 2D Liouville and super-Liouville CFTs // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 99, no. 2. — P. 026005. — DOI: 10.1103/PhysRevD.99.026005. — arXiv: 1711.00624 [hep-th].

68. *Guo W.-Z.*, *He S.*, *Luo Z.-X.* Entanglement entropy in (1+1)D CFTs with multiple local excitations // JHEP. — 2018. — Vol. 05. — P. 154. — DOI: 10.1007/JHEP05(2018)154. — arXiv: 1802.08815 [hep-th].

69. Holographic local quench and effective complexity / D. S. Ageev [et al.] // JHEP. — 2018. — Vol. 08. — P. 071. — DOI: 10.1007/JHEP08(2018)071. — arXiv: 1803.11162 [hep-th].

70. *Ageev D. S.*, *Aref'eva I. Y.* When things stop falling, chaos is suppressed // JHEP. — 2019. — Vol. 01. — P. 100. — DOI: 10.1007/JHEP01(2019)100. — arXiv: 1806.05574 [hep-th].

71. *Shimaji T.*, *Takayanagi T.*, *Wei Z.* Holographic Quantum Circuits from Splitting/Joining Local Quenches // JHEP. — 2019. — Vol. 03. — P. 165. — DOI: 10.1007/JHEP03(2019)165. — arXiv: 1812.01176 [hep-th].

72. Entanglement and chaos in warped conformal field theories / L. Apolo [et al.] // JHEP. — 2019. — Vol. 04. — P. 009. — DOI: 10.1007/JHEP04(2019)009. — arXiv: 1812.10456 [hep-th].

73. *Ageev D. S.* Holography, quantum complexity and quantum chaos in different models // EPJ Web Conf. / ed. by V. E. Volkova [et al.]. — 2018. — Vol. 191. — P. 06006. — DOI: 10.1051/epjconf/201819106006. — arXiv: 1902.02245 [hep-th].

74. Double Local Quenches in 2D CFTs and Gravitational Force / P. Caputa [et al.] // JHEP. — 2019. — Vol. 09. — P. 018. — DOI: 10.1007/JHEP09(2019)018. — arXiv: 1905.08265 [hep-th].

75. *He S., Shu H.* Correlation functions, entanglement and chaos in the $T\overline{T}/J\overline{T}$-deformed CFTs // JHEP. — 2020. — Vol. 02. — P. 088. — DOI: 10.1007/JHEP02(2020)088. — arXiv: 1907.12603 [hep-th].

76. *Bhattacharyya A., Takayanagi T., Umemoto K.* Universal Local Operator Quenches and Entanglement Entropy // JHEP. — 2019. — Vol. 11. — P. 107. — DOI: 10.1007/JHEP11(2019)107. — arXiv: 1909.04680 [hep-th].

77. *He S.* Note on higher-point correlation functions of the $T\overline{T}$ or $J\overline{T}$ deformed CFTs // Sci. China Phys. Mech. Astron. — 2021. — Vol. 64, no. 9. — P. 291011. — DOI: 10.1007/s11433-021-1741-1. — arXiv: 2012.06202 [hep-th].

78. A falling magnetic monopole as a holographic local quench / N. Zenoni [et al.] // JHEP. — 2021. — Vol. 11. — P. 048. — DOI: 10.1007/JHEP11(2021)048. — arXiv: 2106.13757 [hep-th].

79. *Suzuki K., Takayanagi T.* BCFT and Islands in two dimensions // JHEP. — 2022. — Vol. 06. — P. 095. — DOI: 10.1007/JHEP06(2022)095. — arXiv: 2202.08462 [hep-th].

80. *Katsnelson M. I., Dobrovitski V. V., Harmon B. N.* Propagation of local decohering action in distributed quantum systems // Physical Review A. — 2000. — Vol. 62, no. 2. — DOI: 10.1103/physreva.62.022118.

81. *Hamieh S. D., Katsnelson M. I.* Quantum entanglement dynamics and decoherence wave in spin chains at finite temperatures // Physical Review A. — 2005. — Vol. 72, no. 3. — DOI: 10.1103/physreva.72.032316.

82. *Donker H. C., Raedt H. D., Katsnelson M. I.* Decoherence wave in magnetic systems and creation of Néel antiferromagnetic state by measurement // Physical Review B. — 2016. — Vol. 93, no. 18. — DOI: 10.1103/physrevb.93.184426.

83. *Nozaki M.* Notes on Quantum Entanglement of Local Operators // JHEP. — 2014. — Vol. 10. — P. 147. — DOI: 10.1007/JHEP10(2014)147. — arXiv: 1405.5875 [hep-th].

84. Ultralight scalars as cosmological dark matter / L. Hui [et al.] // Phys. Rev. D. — 2017. — Vol. 95, no. 4. — P. 043541. — DOI: 10.1103/PhysRevD.95.043541. — arXiv: 1610.08297 [astro-ph.CO].

85. *Svrcek P., Witten E.* Axions In String Theory // JHEP. — 2006. — Vol. 06. — P. 051. — DOI: 10.1088/1126-6708/2006/06/051. — arXiv: hep-th/0605206 [hep-th].

86. String Axiverse / A. Arvanitaki [et al.] // Phys. Rev. D. — 2010. — Vol. D81. — P. 123530. — DOI: 10.1103/PhysRevD.81.123530. — arXiv: 0905.4720 [hep-th].

87. *Marsh D. J. E.* Axion Cosmology // Phys. Rept. — 2016. — Vol. 643. — P. 1–79. — DOI: 10.1016/j.physrep.2016.06.005. — arXiv: 1510.07633 [astro-ph.CO].

88. *Blas D., Nacir D. L., Sibiryakov S.* Ultralight Dark Matter Resonates with Binary Pulsars // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 118, no. 26. — P. 261102. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.261102. — arXiv: 1612.06789 [hep-ph].

89. *Rubakov V. A., Gorbunov D. S.* Introduction to the Theory of the Early Universe. — World Scientific, 2017.

90. *Morozov A. Y.* Anomalies in gauge theories // Phys. Usp. — 1986. — Vol. 29, no. 11. — P. 993–1039. — DOI: 10.1070/PU1986v029n11ABEH003537.

91. The Pressure of hot QCD up to g6 ln(1/g) / K. Kajantie [et al.] // Phys. Rev. D. — 2003. — Vol. D67. — P. 105008. — DOI: 10.1103/PhysRevD.67.105008. — arXiv: hep-ph/0211321 [hep-ph].

92. Gravitational baryogenesis / H. Davoudiasl [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 93. — P. 201301. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.201301. — arXiv: hep-ph/0403019 [hep-ph].

93. Chameleons in the early Universe: Kicks, rebounds, and particle production / A. L. Erickcek [et al.] // Phys. Rev. D. — 2014. — Apr. — Vol. 89, no. 8. — P. 084074. — DOI: 10.1103/PhysRevD.89.084074. — arXiv: 1310.5149.

94. *Gasser J., Leutwyler H.* Quark Masses // Phys. Rept. — 1982. — Vol. 87. — P. 77–169. — DOI: 10.1016/0370-1573(82)90035-7.

95. Dark matter direct detection with accelerometers / P. W. Graham [et al.] // Phys. Rev. D. — 2016. — Apr. — Vol. 93, no. 7. — P. 075029. — DOI: 10.1103/PhysRevD.93.075029. — arXiv: 1512.06165 [hep-ph].

96. *Mukhanov V. F.* Nucleosynthesis without a computer // Int. J. Theor. Phys. / ed. by E. Gunzig, V. F. Mukhanov, E. Verdaguer. — 2004. — Vol. 43. — P. 669–693. — DOI: 10.1023/B:IJTP.0000048169.69609.77. — arXiv: astro-ph/0303073.

97. *Sarkar S.* Big bang nucleosynthesis and physics beyond the standard model // Reports on Progress in Physics. — 1996. — Dec. — Vol. 59. — P. 1493–1609. — DOI: 10.1088/0034-4885/59/12/001. — eprint: hep-ph/9602260.

98. Review of Particle Physics / M. Tanabashi [et al.] // Phys. Rev. D. — 2018. — Aug. — Vol. 98, issue 3. — P. 030001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.030001.

99. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters / P. A. R. Ade [et al.] // Astron. Astrophys. — 2016. — Vol. 594. — A13. — DOI: 10.1051/0004-6361/201525830. — arXiv: 1502.01589 [astro-ph.CO].

100. *Peimbert A., Peimbert M., Luridiana V.* The primordial helium abundance and the number of neutrino families // Rev. Mex. Astron. Astrofis. — 2016. — Vol. 52, no. 2. — P. 419–424. — arXiv: 1608.02062 [astro-ph.CO].

101. *Rubakov V. A.* Classical theory of gauge fields. — Princeton, New Jersey : Princeton University Press, 05/2002. — ISBN 978-0-691-05927-3, 978-0-691-05927-3.

102. *Englert F., Truffin C., Gastmans R.* Conformal Invariance in Quantum Gravity // Nucl. Phys. B. — 1976. — Vol. 117. — P. 407–432. — DOI: 10.1016/0550-3213(76)90406-5.

103. *Shaposhnikov M.*, *Zenhausern D.* Scale invariance, unimodular gravity and dark energy // Phys. Lett. B. — 2009. — Vol. 671. — P. 187–192. — DOI: 10.1016/j.physletb.2008.11.054. — arXiv: 0809.3395 [hep-th].

104. *Shaposhnikov M.*, *Zenhausern D.* Quantum scale invariance, cosmological constant and hierarchy problem // Phys. Lett. B. — 2009. — Vol. 671. — P. 162–166. — DOI: 10.1016/j.physletb.2008.11.041. — arXiv: 0809.3406 [hep-th].

105. *Gretsch F.*, *Monin A.* Perturbative conformal symmetry and dilaton // Phys. Rev. D. — 2015. — Vol. 92, no. 4. — P. 045036. — DOI: 10.1103/PhysRevD.92.045036. — arXiv: 1308.3863 [hep-th].

106. Higgs-Dilaton Cosmology: From the Early to the Late Universe / J. Garcia-Bellido [et al.] // Phys. Rev. D. — 2011. — Vol. 84. — P. 123504. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.123504. — arXiv: 1107.2163 [hep-ph].

107. Higgs-Dilaton Cosmology: an effective field theory approach / F. Bezrukov [et al.] // Phys. Rev. D. — 2013. — Vol. 87, no. 9. — P. 096001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.096001. — arXiv: 1212.4148 [hep-ph].

108. *Shaposhnikov M. E.*, *Tkachov F. V.* Quantum scale-invariant models as effective field theories. — 2009. — arXiv: 0905.4857 [hep-th].

109. *Karananas G. K.*, *Shaposhnikov M.* CFT data and spontaneously broken conformal invariance // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 97, no. 4. — P. 045009. — DOI: 10.1103/PhysRevD.97.045009. — arXiv: 1708.02220 [hep-th].

110. *Shaposhnikov M.*, *Tokareva A.* Anomaly-free scale symmetry and gravity // Phys. Lett. B. — 2023. — Vol. 840. — P. 137898. — DOI: 10.1016/j.physletb.2023.137898. — arXiv: 2201.09232 [hep-th].

111. *Shaposhnikov M.*, *Tokareva A.* Exact quantum conformal symmetry, its spontaneous breakdown, and gravitational Weyl anomaly // Phys. Rev. D. — 2023. — Vol. 107, no. 6. — P. 065015. — DOI: 10.1103/PhysRevD.107.065015. — arXiv: 2212.09770 [hep-th].

112. The QCD axion, precisely / G. Grilli di Cortona [et al.] // JHEP. — 2016. — Vol. 01. — P. 034. — DOI: 10.1007/JHEP01(2016)034. — arXiv: 1511.02867 [hep-ph].

113. *Lyth D. H.* A Limit on the Inflationary Energy Density From Axion Isocurvature Fluctuations // Phys. Lett. B. — 1990. — Vol. 236. — P. 408–410. — DOI: 10.1016/0370-2693(90)90374-F.

114. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation / Y. Akrami [et al.] // Astron. Astrophys. — 2020. — Vol. 641. — A10. — DOI: 10.1051/0004-6361/201833887. — arXiv: 1807.06211 [astro-ph.CO].

115. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters / N. Aghanim [et al.] // Astron. Astrophys. — 2020. — Vol. 641. — A6. — DOI: 10.1051/0004-6361/201833910. — arXiv: 1807.06209 [astro-ph.CO]. — [Erratum: Astron.Astrophys. 652, C4 (2021)].

116. *Kearney J.*, *Orlofsky N.*, *Pierce A.* High-Scale Axions without Isocurvature from Inflationary Dynamics // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 93, no. 9. — P. 095026. — DOI: 10.1103/PhysRevD.93.095026. — arXiv: 1601.03049 [hep-ph].

117. *Shaposhnikov M.*, *Shkerin A.*, *Zell S.* Quantum Effects in Palatini Higgs Inflation // JCAP. — 2020. — Vol. 07. — P. 064. — DOI: 10.1088/1475-7516/2020/07/064. — arXiv: 2002.07105 [hep-ph].

118. *Hawking S. W.*, *Ellis G. F. R.* The Large Scale Structure of Space-Time. — Cambridge University Press, 02/2023. — (Cambridge Monographs on Mathematical Physics). — ISBN 978-1-009-25316-1, 978-1-009-25315-4, 978-0-521-20016-5, 978-0-521-09906-6, 978-0-511-82630-6, 978-0-521-09906-6. — DOI: 10.1017/9781009253161.

119. *Ageev D. S.*, *Aref'eva I. Y.*, *Rusalev T. A.* Black holes, cavities, and blinking islands // Phys. Rev. D. — 2025. — Vol. 111, no. 2. — P. 026002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.111.026002. — arXiv: 2311.16244 [hep-th].

120. *Page D. N.* Information in black hole radiation // Phys. Rev. Lett. — 1993. — Vol. 71. — P. 3743–3746. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.71.3743. — arXiv: hep-th/9306083.

121. *Page D. N.* Time Dependence of Hawking Radiation Entropy // JCAP. — 2013. — Vol. 09. — P. 028. — DOI: 10.1088/1475-7516/2013/09/028. — arXiv: 1301.4995 [hep-th].

122. Vacuum polarization in the Schwarzschild space-time and dimensional reduction / R. Balbinot [et al.] // Phys. Rev. D. — 2001. — Vol. 63. — P. 084029. — DOI: 10.1103/PhysRevD.63.084029. — arXiv: hep-th/0012048.

123. *Hashimoto K.*, *Iizuka N.*, *Matsuo Y.* Islands in Schwarzschild black holes // JHEP. — 2020. — Vol. 06. — P. 085. — DOI: 10.1007/JHEP06(2020)085. — arXiv: 2004.05863 [hep-th].

124. Page curve for an eternal Schwarzschild black hole in a dimensionally reduced model of dilaton gravity / S. Djordjević [et al.] // Phys. Rev. D. — 2022. — Vol. 106, no. 10. — P. 105015. — DOI: 10.1103/PhysRevD.106.105015. — arXiv: 2207.07409 [hep-th].

125. *Alishahiha M.*, *Faraji Astaneh A.*, *Naseh A.* Island in the presence of higher derivative terms // JHEP. — 2021. — Vol. 02. — P. 035. — DOI: 10.1007/JHEP02(2021)035. — arXiv: 2005.08715 [hep-th].

126. *Aref'eva I. Y.*, *Rusalev T. A.*, *Volovich I. V.* Entanglement entropy of a near-extremal black hole // Teor. Mat. Fiz. — 2022. — Vol. 212, no. 3. — P. 457–477. — DOI: 10.1134/S0040577922090100. — arXiv: 2202.10259 [hep-th].

127. Infrared regularization and finite size dynamics of entanglement entropy in Schwarzschild black hole / D. S. Ageev [et al.] // Phys. Rev. D. — 2023. — Vol. 108, no. 4. — P. 046005. — DOI: 10.1103/PhysRevD.108.046005. — arXiv: 2209.00036 [hep-th].

128. *Casini H.*, *Fosco C. D.*, *Huerta M.* Entanglement and alpha entropies for a massive Dirac field in two dimensions // J. Stat. Mech. — 2005. — Vol. 0507. — P07007. — DOI: 10.1088/1742-5468/2005/07/P07007. — arXiv: cond-mat/0505563.

129. Quasi-local energy and microcanonical entropy in two-dimensional nearly de Sitter gravity / A. Svesko [et al.] // JHEP. — 2022. — Vol. 08. — P. 075. — DOI: 10.1007/JHEP08(2022)075. — arXiv: 2203.00700 [hep-th].

130. *Aalsma L.*, *Sybesma W.* The Price of Curiosity: Information Recovery in de Sitter Space // JHEP. — 2021. — Vol. 05. — P. 291. — DOI: 10.1007/JHEP05(2021)291. — arXiv: 2104.00006 [hep-th].

131. *Sybesma W.* Pure de Sitter space and the island moving back in time // Class. Quant. Grav. — 2021. — Vol. 38, no. 14. — P. 145012. — DOI: 10.1088/1361-6382/abff9a. — arXiv: 2008.07994 [hep-th].

132. *Spradlin M.*, *Strominger A.*, *Volovich A.* Les Houches lectures on de Sitter space // Les Houches Summer School: Session 76: Euro Summer School on Unity of Fundamental Physics: Gravity, Gauge Theory and Strings. — 2001. — P. 423–453. — arXiv: hep-th/0110007.

133. *Solodukhin S. N.* Entanglement entropy of black holes // Living Rev. Rel. — 2011. — Vol. 14. — P. 8. — DOI: 10.12942/lrr-2011-8. — arXiv: 1104.3712 [hep-th].

134. *Nishioka T.* Entanglement entropy: holography and renormalization group // Rev. Mod. Phys. — 2018. — Vol. 90, no. 3. — P. 035007. — DOI: 10.1103/RevModPhys.90.035007. — arXiv: 1801.10352 [hep-th].

Подписано в печать 03.04.2025 г.
Тираж 70 экз.

Отпечатано типографии (название, адрес)