Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
(МФТИ, Физтех)

Юридический адрес: 117303, г. Москва,
ул. Керченская, дом 1А, корпус 1
Почтовый адрес: 141700, Московская обл.,
г. Долгопрудный, Институтский переулок, дом 9
Тел.: +7 (495) 408-42-54, факс: +7 (495) 408-68-69
info@mipt.ru

29.12.2025 № 1.08-05/14794

на № от

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

Баган Виталий
Анатольевич

«29» декабря 2025 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Алексея Андреевича Басалаева «Орбифолдные модели Ландау-Гинзбурга и зеркальная симметрия», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Представленная диссертация посвящена актуальной теме исследования современной математики - орбифолдных моделей Ландау–Гинзбурга и их роли в современной теории зеркальной симметрии. Эта тема находится на пересечении нескольких фундаментальных направлений математики, включая алгебраическую геометрию, теорию особенностей и математическую физику, и в настоящее время активно развивается.

Идеи зеркальной симметрии, первоначально сформулированные в рамках теоретической физики, в математике реализуются в виде глубоких соответствий между различными алгебраическими и геометрическими структурами. В обобщённой постановке такие соответствия связывают орбифолды Калаби–Яу с орбифолдами Ландау–Гинзбурга, задаваемыми парами (f, G), где f — многочлен с изолированной особенностью, а G — конечная группа его симметрий.

Несмотря на значительный прогресс в орбифолдной теории Громова–Виттена, до настоящего времени отсутствовали адекватные орбифолдные аналоги ряда ключевых объектов теории особенностей, что ограничивало развитие строгой математической версии гипотезы зеркальной симметрии.
В диссертации эта проблема решается путём построения орбифолдной алгебры Якоби — эквивариантного обобщения классической алгебры Якоби, а также “орбифолдного” многообразия Дубровина–Фробениуса. Эти конструкции позволили автору получить новые результаты в рамках гипотезы глобальной зеркальной симметрии, включая случаи, в которых группа симметрий многочлена является нетривиальной.

Работа состоит из введения, семи глав, заключения и библиографического списка.

В главе 1 формируется базовый аппарат исследования. Определяется понятие орбифолда Ландау–Гинзбурга, излагаются необходимые элементы теории особенностей и анализируются группы симметрий обратимых многочленов. Также орбифолды Ландау–Гинзбурга рассматриваются с точки зрения орбифолдной эквивалентности, устанавливаемой с помощью крепантных разрешений факторпространств.

Глава 2 посвящена построению и исследованию орбифолдной алгебры Якоби. Автор формулирует аксиоматическое определение данной алгебры и доказывает её существование и единственность в классе обратимых многочленов. Устанавливается также связь между орбифолдной алгеброй Якоби и классическими алгебрами Якоби для орбифолдно эквивалентных многочленов.

В главе 3 рассматривается применение построенной алгебры Якоби к исключительным унимодальным особенностям. В основной теореме главы показано, что феномен, сформулированный В.И. Арнольдом в теории особенностей как "странная двойственность", может быть интерпретирован как проявление зеркального соответствия, что даёт концептуальное объяснение этого явления.

В главе 4 автором применяются гомологические методы для изучения орбифолдной алгебры Якоби. В частности, данная алгебра описывается в терминах когомологий Хохшильда категорий эквивариантных матричных факторизаций. Алгебра Якоби отдельно исследуется для касп–многочленов с произвольной группой симметрии.

В главе 5 анализируются многообразия Дубровина–Фробениуса, возникающие в теориях Саито и Громова–Виттена. Помимо систематизации известных фактов, автор получает новые результаты, связанные с представлением потенциалов рода ноль эллиптических орбифолдов через (квази)модулярные формы, а также с исследованием влияния выбора примитивной формы на фробениусову структуру.

Ключевой частью диссертации является **глава 6**, в которой для орбифолдов Ландау–Гинзбурга касп-многочленов доказываются основные утверждения гипотезы глобальной зеркальной симметрии. В этой главе приводится построение многообразий Дубровина–Фробениуса в орбифолдной ситуации, обобщающих многообразия Дубровина–Фробениуса теории Саито. Специально разбирается случай орбифолдов Ландау–Гинзбурга касп–многочленов и доказывается теорема о зеркальном изоморфизме построенного нового многообразия Дубровина–Фробениуса многообразию Дубровина–Фробениуса теории Громова–Виттена прямой Гейгле-Ленцинга. Из этой теоремы получены следствия, имеющие самостоятельный интерес вне зеркальной симметрии.

В главе 7 рассматривается связь когомологических теорий поля FJRW и Громова–Виттена, имеющих общее зеркало. Автор устанавливает связь между соответствующими потенциалами многообразий Дубровина–Фробениуса для одного из орбифолдов Ландау–Гинзбурга, что позволяет завершить доказательство ещё одной части гипотезы глобальной зеркальной симметрии. Отмечаются также приложения полученных результатов к задачам теории чисел.

В заключении сформулирован ряд открытых вопросов и направлений дальнейших исследований, демонстрирующих, что разработанные в диссертации методы обладают значительным потенциалом для последующего развития.

Диссертационное исследование прошло апробацию на научных семинарах и конференциях в России, Китае, Японии и Германии, а основные результаты своевременно и в достаточном объеме опубликованы в ведущих научных журналах. Автореферат в полной мере отражает содержание диссертации.

Выводы. Диссертационная работа А.А. Басалаева представляет собой самостоятельное и оригинальное научное исследование, содержащее важные новые результаты, которые являются существенным продвижением теории зеркальной симметрии и могут применены исследователями, которые работают в этой области, а также в смежных областях математики, таких как алгебраическая и симплектическая геометрия, и гомологическая алгебра производных категорий когерентных пучков на комплексных и алгебраических многообразиях.

Результаты диссертации уже привлекли внимание, и мы рекомендуем их активнее использовать, в таких передовых российских научных центрах, как Математические Институты им. В. А. Стеклова в гг. Москве и Санкт-Петербурге, Центр фундаментальной математики МФТИ, Математический факультет ВШЭ, Механико-математический факультет МГУ.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации и основные научные достижения автора.

Таким образом, диссертация А.А. Басалаева удовлетворяет требованиям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ №842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Алексей Андреевич Басалаев, заслуживает присуждения докторской степени по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Отзыв на диссертацию обсуждён и одобрен на расширенном заседании Центра фундаментальной математики МФТИ, Физтех 19 декабря 2025 г., протокол № 6.

Доктор физ.-мат. наук _____ Бондал Алексей Игоревич

Почтовый адрес: 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер.,9
Телефон: 8 (498) 713-92-52
Адрес электронной почты: bondal.ai@mipt.ru
Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», Центр фундаментальной математики.
Должность: Директор.
Web-сайт организации: https://mipt.ru