УТВЕРЖДАЮ

Ректор Сколковского института
науки и технологий

Кулешов А.П.

«29» апреля 2025 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования «Сколковский институт науки и технологий» (Сколтех)
на диссертационную работу **Александрова Артема Александровича «Эффекты конденсации степеней свободы в сложных системах»**, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3. Теоретическая физика

Современная наука о сложных системах сталкивается с необходимостью разработки новых методов для описания коллективных явлений, таких как синхронизация, самоорганизация и конденсация степеней свободы. Эти явления широко распространены в природе и технологических системах — от биологических нейронных сетей до квантовых вычислительных устройств. Однако строгое теоретическое описание таких систем остаётся сложной задачей из-за их нелинейности и многочастичного характера. В частности, феномен конденсации степеней свободы, проявляющийся в синхронизации осцилляторов или образовании когерентных состояний, требует междисциплинарного подхода, объединяющего методы статистической механики, теории графов и динамических систем.

Диссертационная работа Артёма Александровича Александрова посвящена исследованию эффектов конденсации степеней свободы в сложных системах, описываемых моделью Курамото и её обобщениями. **Актуальность темы** обусловлена широким спектром приложений в различных областях науки и технологий, включая нейроморфные вычисления, квантовые технологии, физику конденсированного состояния и теорию динамических систем. Автор ставит перед собой цель изучить, как внутренняя структура системы (например, архитектура графа взаимодействий) и параметры (такие как шум или инерция) влияют на возможность конденсации степеней свободы, проявляющейся в синхронизации и образовании квазистационарных состояний. Автор развивает междисциплинарный подход, сочетая методы теории графов, статистической механики и информационной геометрии, что позволяет получить новые результаты в области синхронизации и самоорганизации.

Помимо актуальности, следует подчеркнуть фундаментальность тематики исследования. Модель Курамото уже стала классической, а её автор в этом году был удостоен медали Больцмана

(совместно с М. Кардаром). Получение новых результатов по фундаментальным уравнениям и моделям статистической физики редкое достижение в рамках кандидатских диссертационных работ, что придает дополнительный вес диссертации А.А. Александрова.

Научная новизна работы достигается за счет применения междисциплинарного подхода. Это позволило автору получить оригинальные результаты, такие как: (а) Описание динамики модели Курамото в терминах градиентных потоков на статистических многообразиях; (б) Анализ фазовых переходов синхронизации на графах специальной структуры (например, граф-звезда) с учётом шума и инерции. (в) Построение термодинамических пределов для обобщённых моделей Курамото с использованием теории графонов. (г) Исследование связи между синхронизацией фаз и возникновением сверхпроводимости в квантовых системах, таких как SYK-модель с Хаббардовским притяжением.

Практическая значимость работы заключается в потенциальном применении полученных результатов в разработке новых вычислительных архитектур, включая нейроморфные и квантовые системы, а также в понимании коллективного поведения биологических нейронных и энергетических сетей. Так, понимание синхронизации в массивах джозефсоновских контактов или поляритонных конденсатах открывает новые пути для создания устойчивых квантовых устройств.

Диссертация А.А. Александрова состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Во введении обоснована актуальность темы исследований, сформулированы цели и задачи, описана научная новизна и практическая значимость работы. Автором вынесено пять положений на защиту.

Первая глава посвящена теоретическим основам и базовым понятиям феномена синхронизации, захвата фазы, фазовой редукции, предельных циклов и другим необходимым понятиям. Глава начинается с определения синхронизации и её видов. Рассматривается захват фазы и основы динамических систем на двумерном торе, включая число вращения, отображение Пуанкаре и класс Мёбиусовых систем. Вводится понятие предельного цикла и метод фазовой редукции для систем с ним. На примерах осцилляторов Ландау-Стюарта и Ван дер Поля показана связь предельных циклов с бифуркацией Андронова-Хопфа. Отмечается существование предельных циклов в квантовых системах. Описывается фазовая редукция для ансамблей осцилляторов и её применение к системе Ландау-Стюарта. В заключение разбирается синхронизация двух связанных осцилляторов и выводится уравнение Адлера.

Во второй главе приводится анализ фундаментальных свойств классической модели Курамото. Установлено, что в термодинамическом пределе процесс синхронизации соответствует непрерывному фазовому переходу. Ключевые результаты главы включают определение критической константы связи с анализом ограничений, связанных с предположениями о синхронизованном состоянии. Показано, что возникновение синхронизации обусловлено потерей устойчивости несинхронизованной фазы, характеризующейся нейтральной стабильностью. Особое внимание уделено влиянию нейтральной стабильности на динамику затухания возмущений, где выявлен эффект, аналогичный ландауовскому затуханию. Рассмотрены важные обобщения базовой модели, включая системы с шумом, инерцией и различные конфигурации на графах, что создает основу для последующего анализа.

В третьей главе исследуется явление квази-интегрируемости в модели Курамото,

проявляющееся в существовании скрытой низкоразмерной динамики. Установлено, что эта динамика сохраняется как в термодинамическом пределе, так и для конечных систем. Основные достижения включают применение анзаца Отт-Антонсена, позволяющего выявить инвариантные распределения, связанные с преобразованием Мёбиуса. Доказан асимптотический характер процесса синхронизации, для которого введена и исследована характеристика времени достижения заданного уровня параметра порядка. Для конечных систем обнаружена особая динамика на торе мёбиусова типа. Особый интерес представляют результаты главы по влиянию топологии взаимодействий. На примере графа-звезды продемонстрирован фазовый переход первого рода с эффектом взрывной синхронизации. Дополнительно исследованы химерные состояния и их зависимость от структуры взаимодействий. Полученные результаты дают новое понимание динамики синхронизации через призму квази-интегрируемости.

Четвертая глава посвящена исследованию влияния шума на динамику обобщенной модели Курамото. Основное внимание уделено анализу устойчивости несинхронизованного состояния и особенностям фазового перехода в присутствии стохастических возмущений. Ключевые результаты главы включают построение термодинамического предела для модели на полном графе и анализ соответствующих решений уравнения Фоккера-Планка. Показано, что шум оказывает стабилизирующее воздействие на несинхронизованное состояние, при этом потеря устойчивости соответствует возникновению синхронизации. Особый интерес представляет демонстрация возможности обнаружения фазового перехода через анализ метрики Фишера. Значительная часть исследования в главе посвящена изучению влияния шума на гистерезисные явления в модели на графе-звезде. Установлено, что стохастические возмущения могут приводить к подавлению гистерезиса, при этом механизм этого эффекта подробно проанализирован как аналитически, так и с помощью численных методов. Результаты подтверждают применимость анзаца Отт-Антонсена вблизи критической точки и демонстрируют альтернативные подходы к описанию системы, такие как разложение по кумулянтам. Полученные выводы существенно расширяют понимание роли шума в динамике синхронизирующихся систем.

Пятая глава разрабатывает строгий математический аппарат для анализа термодинамических пределов в модели Курамото. Основное достижение - построение предела Власова для произвольных графов с использованием теории графонов. Метод Пенроуза позволяет анализировать устойчивость системы и вычислять критические параметры для различных модификаций модели (с шумом, инерцией). Значительная часть исследования в этой главе посвящена применению разработанного аппарата к гамильтоновой модели среднего поля, где удалось описать класс квазистационарных состояний. Полученные результаты не только создают прочный теоретический фундамент для анализа динамики синхронизации, но и открывают новые перспективы для исследования сложных сетевых структур в рамках единого математического подхода.

Шестая глава посвящена исследованию квантовых систем, которые демонстрируют фазовую динамику, описываемую моделью Курамото. Основное внимание уделено SYK-модели с Хаббардовским взаимодействием, где показан квантовый фазовый переход в сверхпроводящее состояние, соответствующий синхронизации куперовских пар. Анализ эффективного действия выявил существование квазистационарных состояний с частичной синхронизацией. Дополнительно рассмотрены системы сверхпроводящих зерен и джозефсоновских контактов, а также массивы поляритонных конденсатов. В последней системе фазовая редукция уравнения Гросса-Питаевского выявляет связь синхронизации с локализацией. Результаты главы демонстрируют универсальность подходов модели Курамото для описания фазовых переходов в различных квантовых системах.

В Заключении формулируются основные выводы исследования, проводится обсуждение перспектив дальнейших исследований, а также акциентировано внимание на открытых вопросах. В частности, привлекают особое внимание вопросы, касающиеся построению термодинамических пределов и применению модели Курамото для разреженных графов - типичной модельной архитектуры для исследования сложных биологических систем от коннектомов до хромосомных карт контактов. Полученные выводы создают теоретическую основу для приложений в квантовых технологиях, нейродинамике и теории сложных сетей, открывая новые перспективы междисциплинарных исследований.

Работа вносит фундаментальный вклад в теорию синхронизации, раскрывая новые аспекты динамики сложных систем через призму квази-интегрируемости и влияния стохастических факторов. Разработан строгий математический аппарат для анализа термодинамических пределов в сетях произвольной топологии, включая метод Пенроуза для исследования устойчивости синхронизированных состояний. Ключевая ценность результатов заключается в доказательстве универсальности подходов модели Курамото – от классических осцилляторных систем до квантовых конденсатов и сверхпроводящих переходов.

Данная диссертационная работа является завершенным научным исследованием, посвященным актуальной проблематике. Дополнительными достоинствами, помимо интересных научных результатов, следует выделить четкую логическую структуру, последовательность изложения научных положений, а также проведенный всесторонний анализ литературных источников.

Результаты работы содержат новые научные результаты, которые согласуются с данными, полученными другими авторами, что подтверждает их достоверность. По теме диссертации опубликовано пять научных статей, включая четыре публикации в журналах первого квартиля. Основные положения работы были представлены на российских и международных конференциях, а также научных семинарах. Личный вклад автора в полученные результаты является определяющим. Автореферат точно отражает содержание диссертации и опубликованных работ, полностью раскрывая её ключевые положения.

К работе есть некоторые замечания:

1. При рассмотрении сложных систем с коллективными взаимодействиями целесообразно было бы уделить больше внимания классическим результатам теории случайных матриц. Автор кратко упоминает связь случайных графов со случайными матрицами во Введении, однако, остался нераскрытым классический вигнеровский подход к описанию сложных ядерных систем с неподдающимся гамильтонианом через гауссовы ансамблей случайных матриц. Особый интерес могло бы представить обсуждение собственных значений таких ансамблей, демонстрирующих двумерное кулоновское отталкивание $-\log|\lambda_n - \lambda_m|$. В настоящее время накоплен большой массив различных сложных систем и «игрушечных» моделей теоретической физики с коллективным поведением, однозначно связанных со статистикой собственных значений случайных матриц. Помещение этих вопросов в контекст модели Курамото на графе добавило бы результатам диссертации больший объем.

2. В продолжение предыдущего замечания: для читателя-физика было бы полезно привести больше конкретных примеров динамических систем с коллективным поведением, особенно учитывая, что многие из них описываются нелинейными стохастическими дифференциальными уравнениями, как и модель Курамото с шумом. Хотя автор отмечает ключевую роль нелинейности в сложных системах, не рассматривается возникновение универсального поведения, связанного с введением простейших нелинейных членов, как, например, в уравнении Кардара-Паризи- Жанга.

3. Связь модели Курамото со взаимодействиями на графе, являющаяся центральной для данной работы, заслуживает более детального изложения. В частности, стоило бы явно указать, что парные константы связи W_{ij} в модели Курамото соответствуют весам матрицы смежности графа. Это следовало бы обсудить уже при первом представлении уравнения Курамото в начале главы 2, рассмотрев частные случаи для различных топологий графа (как минимум, полный граф и граф-звезда), а не только при анализе уравнения 5.9 в пятой главе. Также для полноты картины следовало бы обсудить случай направленного графа и ассиметричную синхронизацию.

4. Уравнение 4.2 для ковариации шума $\langle \eta_i(t)\eta_j(t') \rangle$ представляет собой не что иное, как флуктуационно-диссипативную теорему, что подразумевает равновесность изучаемой системы осцилляторов. Поскольку в неравновесных условиях шум может проявлять временные и пространственные корреляции, ковариационная функция шума может не иметь дельтафункциональный вид, т.е. в общем случае для стационарного процесса $\langle \eta_i(t)\eta_j(t') \rangle \sim C(t-t')K_{ij}$. Таким образом, все последующие результаты о стабильности синхронизации и гистерезисе справедливы лишь в рамках предположения о равновесии, которое, однако, часто не выполняется, особенно в биологических системах. Это ограничение следовало бы упомянуть в работе.

Данные замечания носят исключительно рекомендательный характер и ни в коей мере не умаляют научной значимости проведенного исследования.

Заключение. Диссертационная работа А.А. Александрова является научной квалификационной работой и удовлетворяет требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Правительством Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 года, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор, Александров Артем Александрович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.3. Теоретическая физика.

Результаты диссертационной работы были доложены, обсуждены и одобрены на семинаре Сколковского института науки и технологий 09.06.2025г., протокол №1.

Отзыв подготовил:

кандидат физико-математических наук _____ Половников Кирилл Евгеньевич

29.07.2025

Контактные данные: k.polovnikov@skoltech.ru , +7 (915) 269-47-04
Место работы: Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования «Сколковский институт науки и технологий», Центр нейробиологии и нейрореабилитации имени Владимира Зельмана
Должность: Старший преподаватель
Сайт и электронная почта организации: https://new.skoltech.ru , inbox@skoltech.ru
Почтовый адрес: Территория Инновационного Центра «Сколково», Большой бульвар д. 30, стр. 1, Москва 121205, Россия