«УТВЕРЖДАЮ»
Директор ФГБУН «Центральный экономико-математический институт РАН»
член-корреспондент РАН, профессор РАН,
доктор экономических наук Бахтизин А.Р.
«10» марта 2025 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертационной работе Житлухина Михаила Валентиновича «Динамические вероятностные эволюционные игры и их приложения», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.4 – теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация Житлухина М.В. содержит исследования автора по стохастической финансовой математике — области науки, активно развивающейся в последние 30–40 лет и, главным образом, изучающей случайные процессы в контексте их применения для моделирования рынков.

Общая проблема, на решение которой направлена диссертация, состоит в разработке динамических многоагентных моделей рынков, а конкретная задача, исследуемая в работе, заключается в разработке теории предсказания асимптотической динамики таких моделей.

В диссертации вводится ряд моделей различной общности и ставится вопрос о существовании и свойствах так называемых выживающих стратегий, т.е. таких стратегий, что доля капитала игроков, которые их используют, с вероятностью 1 отделена от нуля в пределе по времени $t \to \infty$ (название «выживающая» отсылает к аналогиям с моделями биологической эволюции и динамики популяций). Выживание может являться непосредственной целью игроков, но более интересно то, что присутствие игроков, использующих выживающие стратегии, позволяет в ряде случаев предсказать асимптотическую динамику модели: грубо говоря, на длинном горизонте времени только те игроки, которые используют выживающие стратегии, оказывают влияние на такие характеристики рынка, как, например, цены активов.

Результаты диссертации представляют собой глубокое развитие идей, предложенных в работах Blume, Easley (1992, 2006), Evstigneev, Hens, Schenk-Hoppe (2002), Amir, Evstigneev, Schenk-Hoppe (2013) и др. Соискателю удалось разработать единый подход к изучению эволюционных моделей рынков различного типа. Представляется, что этот подход имеет весьма универсальный характер и может найти применения в игровых моделях и вне рамок финансовой математики.

Научная новизна диссертации состоит в следующем.

Во-первых, предложены общие понятия динамической вероятностной эволюционной игры и выживающей стратегии, введено также понятие стратегий относительного роста, используемых для нахождения выживающих стратегий.

Во-вторых, проведены детальные исследования ряда многоагентных моделей финансовых рынков, в частности, модели Амира–Евстигнеева–Шенк-Хоппе и ее обобщений. Для этих моделей получены необходимые и достаточные условия выживаемости, доказаны новые свойства выживающих стратегий, дано описание асимптотического поведения характеристик моделей в условиях наличия игроков, использующих выживающие стратегии.

В-третьих, предложено понятие популяционной выживающей стратегии, доказано существование популяционных выживающих стратегией в двух конкретных моделях.

В работе также изучены асимптотически оптимальные стратегии в стохастических системах типа фон Неймана–Гейла, возникающих в моделях финансовых рынков с экзогенными ценами.

Текст диссертации включает в себя восемь глав.

В первой, вводной главе дается определение основных понятий, используемых далее в работе, и доказываются некоторые результаты общего характера о достаточных условиях для существования выживающих стратегий.

Во второй главе рассматривается базовая модель динамической вероятностной эволюционной игры — модель AESH из работы (Amir, Evstigneev, Schenk-Hoppe, 2013). Здесь доказаны обобщения известных теорем о существовании и единственности выживающих стратегий для этой модели, а также получены новые результаты о минимизации среднего времени достижения заданного уровня капитала при использовании выживающих стратегий.

В третьей главе для модели AESH с дискретным временем построен диффузионный процесс, который приближенно описывает динамику относительного капитала игроков. С помощью такой аппроксимации получаются более точные условия для асимптотического доминирования или исчезания игроков, которые в частных случаях улучшают результаты, полученные во второй главе.

В четвертой главе рассматривается обобщение модели AESH на случай, когда в нее дополнительно вводятся активы с экзогенными ценами, а также присутствуют ограничения на разрешенные стратегии игроков. Основным результатом здесь является конструкция стратегии относительного роста, сводящаяся к решению двух задач выпуклой оптимизации.

Пятая глава посвящена более детальному исследованию асимптотически оптимальных стратегий в моделях роста типа фон Неймана–Гейла с экзогенными ценами и содержит обобщения классических результатов на случай рынков с транзакционными издержками и портфельными ограничениями. Рассматриваются также вопросы, связанные с задачей хеджирования контрактов.

В шестой главе автор рассматривает вариант модели AESH, в котором производимые по активам выплаты зависят от репрезентативной (взвешенной) стратегии всех игроков аффинным образом. Основной результат состоит в построении стратегии относительного роста в виде неподвижной точки некоторого случайного отображения.

В седьмой главе доказывается существование стратегий относительного роста в непрерывном времени в случае, когда выплаты по активам задаются произвольными неубывающими процессами с траекториями типа càdlàg (непрерывными справа и имеющими предел слева). Дается конструкция такой стратегии с использованием предсказуемых характеристик (коэффициента сноса и компенсатора меры скачков) процесса кумулятивных выплат.

Восьмая глава посвящена изучению динамических вероятностных эволюционных игр с «долгоживущими» активами. В главе вводится понятие популяционной выживающей стратегии (более слабое понятие, чем выживающая стратегия) и приводится ее конструкция для конкретных моделей в дискретном и непрерывном времени.

Отмечая высокий научный уровень представленной диссертации, укажем на ряд возникших замечаний и вопросов по работе.

1. В разделе 5.3.5 автор вводит понятие «монотонного отношения Шарпа», которое в отличие от стандартного отношения Шарпа обладает рядом «хороших» свойств, в частности, сохраняет монотонность для случайных величин, связанных неравенством (с вероятностью 1). Однако такое монотонное отношение оперирует со свойствами случайных величин, выполняющимися почти наверное, и непонятно, обладает ли оно какой-либо инвариантностью относительно структуры вероятностного пространства, на котором заданы рассматриваемые случайные величины? Как следует из определения, монотонное отношение Шарпа может, вообще говоря, принимать бесконечное значение, а условия, при которых оно конечно, в работе не обсуждаются. В теореме 5.29 выводится представление для монотонного отношения Шарпа, но для его справедливости требуется дополнительное условие конечности этого отношения, которое автором пропущено.

2. Из приведенных в разделе 3.2.3 рассуждений следует, что результаты раздела 3.2.2 могут быть частично получены как следствия из известных свойств стохастического уравнения репликаторной динамики Фаденберга–Харриса. Следовало бы более подробно пояснить, какие именно результаты можно получить таким образом, и с учетом этого сократить, если возможно, соответствующие доказательства в этом разделе.

3. Для моделей фон Неймана–Гейла в разделе 5.1.3 введено понятие асимптотически оптимальной траектории, но никак не обсуждается, как оно соотносится с другими понятиями оптимальности траекторий, например, максимизацией ожидаемой полезности, оптимальности почти наверное и т.п.

4. Отношение стоимостей портфеля активов в соседние моменты времени $p_{t+1}y_t / p_t y_{t-1}$ автор называет (на стр. 122) скоростью роста стоимости, хотя правильнее в данном случае было бы говорить о темпе роста стоимости.

5. Хотя диссертация имеет, безусловно, теоретический характер, тем не менее, было бы интересно рассмотреть вопрос о возможности применения ее результатов на практике. Одна из проблем здесь видится в том, что статистические оценки вероятностных распределений выплат будут неизбежно содержать ошибки. Поэтому представляет интерес исследование вопроса об устойчивости (робастности) выживающих стратегий к неточностям и ошибкам.

6. На стр. 76 во второй строке сверху утверждается, что параметры «p и q должны иметь разные знаки и быть ненулевыми, как нетрудно видеть из рис. 3.1». Наверное, лучше было бы дать формальное пояснение, почему это так, а не апеллировать к рисунку.

7. На стр. 81 в 6-ой строке снизу выражение «Если a и x близки к нулю <…>» следовало бы заменить на «При a и x, стремящихся к нулю, <…>».

8. В главах 4 и 7 использование буквы w для обозначения аргументов функций, отвечающих за совокупный капитал, выглядит не слишком удачным из-за возникающей визуальной путаницы с переменной ω, обозначающей случайный исход.

9. Имеется ряд неточностей и погрешностей в формулах. Так, скалярное произведение векторов p и x в большинстве случаев обозначается как $\langle p,x\rangle$, но на стр. 121 — уже без скобок как px. На стр. 122 в формуле для $|x|$ (третья строка снизу) и на стр. 126 в последней формуле раздела 5.2.1 индекс в знаках суммирования должен быть n, а не i. В формуле (5.6) на стр. 124 после слов «*для всех*» пропущено "$x\in$".

Приведенные замечания не умаляют высокий научный уровень работы и не снижают теоретическую значимость полученных в ней результатов.

Диссертационное исследование прошло апробацию на научных семинарах и конференциях, а основные результаты своевременно и в достаточном объеме опубликованы в ведущих научных журналах. Автореферат в полной мере отражает содержание диссертации.

Полученные результаты будут полезны в теоретических исследованиях по финансовой математике и теории игр. Рекомендуется включить их в специальные курсы лекций, читаемые в ведущих учебных и научных центрах России.

Предметная область исследования соответствует пунктам 7 (Стохастические процессы), 8 (Стохастический анализ и стохастическая оптимизация) и 9 (Стохастические дифференциальные уравнения) паспорта научной специальности 1.1.4 «Теория вероятностей и математическая статистика».

Оценивая диссертационную работу в целом, можно сказать, что она представляет собой значимый научный труд и по своему содержанию, результатам и оформлению соответствует всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842, а ее автор, Житлухин Михаил Валентинович, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.4 «Теория вероятностей и математическая статистика».

Отзыв обсужден и утвержден на заседании лаборатории стохастической оптимизации и теории риска ЦЭМИ РАН 6 марта 2025 г., протокол №1.

Главный научный сотрудник лаборатории стохастической оптимизации и теории риска ЦЭМИ РАН,
доктор физико-математических наук
(специальность 01.01.05) — Пресман Эрнст Львович

Руководитель лаборатории стохастической оптимизации и теории риска ЦЭМИ РАН, ведущий научный сотрудник,
кандидат физико-математических наук
(специальность 01.01.05), доцент — Белкина Татьяна Андреевна

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
«Центральный экономико-математический институт РАН»
117418, Москва, Нахимовский пр., д. 47
Телефон: +7 499 129-08-22. Email: office@cemi.rssi.ru

10 марта 2025 г.

ОТДЕЛ КАДРОВ ЗАВЕРЯЮ