Отзыв о диссертации Житлухина Михаила Валентиновича «Динамические вероятностные эволюционные игры и их приложения» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.4 – Теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация М.В. Житлухина представляет собой научное исследование по тематике, лежащей в области теории случайных процессов, теории игр и финансовой математики. В ней изучаются динамические вероятностные эволюционные игры и асимптотически оптимальные стратегии в таких играх.

Данное направление исследований возникло в ответ на ряд теоретических вопросов в финансовой математике. Так, в конце 1980-х – начале 1990-х годов появились работы, развивающие математическую теорию естественного отбора в моделях финансовых рынков, основанную на идеях эволюционной теории игр и моделей популяционной динамики. Эти работы положили начало тематике, посвященной справедливости гипотезы рыночного отбора, которая утверждает, что рыночные механизмы способствуют увеличению влияния на рынок агентов, следующих «правильным» стратегиям, что, в свою очередь, является причиной эффективности свободных рынков. Актуальность и общенаучная ценность исследований в этом направлении состоит в том, что они помогают лучше понимать и прогнозировать долгосрочное функционирование финансовых рынков.

Говоря более конкретно о вкладе в науку рецензируемой диссертации, прежде всего следует отметить, что ее достоинство заключается в систематическом исследовании математических моделей, возникающих в данной области. Автором была предложена достаточно общая схема динамической вероятностной эволюционной игры, в которую укладывается большое разнообразие возникающих здесь моделей. Центральным вопросом диссертации является описание асимптотической динамики таких игр. Ключевая идея, применяемая в работе, состоит в том, что при наличии игроков, следующих стратегиям с определенными свойствами (так называемым *выживающим* стратегиям или стратегиям *относительного роста*), удается описать, как будет вести себя модель в пределе по времени, стремящемся к бесконечности.

Работа выполнена на высоком математическом уровне. Ансамбль используемых в ней методов опирается на теорию мартингалов, предельные теоремы для случайных последовательностей и процессов, вероятностные и информационные неравенства, стохастические дифференциальные уравнения.

Основные результаты диссертации являются новыми и представляют существенную научную ценность. Положения, выносимые на защиту, обоснованы строгими математическими доказательствами.

Диссертация состоит из введения, восьми глав и списка литературы, насчитывающего 121 наименование. Текст работы представлен на 252 страницах. По теме диссертации автором подготовлено 17 научных работ, что удовлетворяет критерию, которому должны отвечать диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Все работы своевременно опубликованы в рецензируемых изданиях. Автореферат верно отражает основные положения диссертации.

В первой главе диссертации вводятся основные понятия работы – динамическая вероятностная эволюционная игра, выживающая стратегия, стратегия относительного роста. Здесь же доказывается общая теорема о существовании выживающих стратегий в последовательных играх с дискретным временем. Приводится пример такой игры – модель Блюма-Исли. В заключительном разделе первой главы объясняется, какое место настоящее исследование занимает среди различных направлений в теории игр и финансовой математике.

Вторая глава посвящена детальному исследованию обобщения модели Блюма-Исли, предложенному в работе Амира, Евстигнеева и Шенк-Хоппе (модель AESH). Основным результатом является критерий выживаемости стратегий в этой модели. Показано также, что выживающая стратегия достигает заданного уровня капитала асимптотически быстрее в среднем, чем любая другая стратегия.

В третьей главе построено диффузионное приближение модели AESH, с помощью которого удается более детально исследовать асимптотическую динамику капитала игроков.

Четвертая глава посвящена связи выживающих стратегий в динамических вероятностных эволюционных играх и асимптотически оптимальных стратегий в классических моделях финансовой математики с экзогенными ценами. Здесь рассматривается обобщение модели AESH, в котором присутствуют активы двух типов. В качестве частных случаев, из нее можно получить как саму модель AESH, так и стандартную модель рынка с экзогенными ценами. Основной результат состоит в построении стратегии относительного роста.

Дальнейшее исследование асимптотической оптимальности стратегий в моделях с экзогенными ценами проводится в главе 5 с привлечением теории динамических систем фон Неймана-Гейла. Используя результаты о существовании быстрых траекторий, автором доказывается существование асимптотически оптимальных стратегий в моделях с транзакционными издержками и портфельными ограничениями. Изучается также задача риск-

допустимого хеджирования контрактов с конечным временным горизонтом при наличии транзакционных издержек и портфельных ограничений. Приводится весьма оригинальный пример конуса риск-допустимых портфелей, основанного на монотонном отношении Шарпа.

В шестой главе изучается обобщение модели AESH, в котором выплаты активов зависят от стратегий игроков. Основное внимание уделяется случаю аффинной зависимости выплат от взвешенной стратегии всех игроков. Для такого случая удается явно построить стратегию относительного роста и доказать результат о стремлении к ней взвешенной стратегии. Случай общей зависимости кратко рассмотрен в последнем разделе, но соответствующие результаты в нем получены при весьма ограничительных предположениях.

В седьмой главе исследуется аналог модели AESH в непрерывном времени, где кумулятивные выплаты активов задаются произвольными процессами с неубывающими траекториями. Основной результат, опять-таки, состоит в конструкции стратегии относительного роста и анализе ее влияния на асимптотическую динамику взвешенной стратегии. Автор также доказывает ряд вспомогательных результатов (например, о предсказуемом разложении Лебега для монотонных процессов), представляющих самостоятельный интерес. Следует отметить, что в случае непрерывного времени возникает ряд технических трудностей уже в построении самой модели, что существенно усложняет изложение в этой главе.

В восьмой главе изучаются модели с долгоживущими активами. Такие активы игроки могут приобретать и продавать в любой момент времени, при этом получая выплаты в период владения ими. Вопрос о существовании выживающих стратегий здесь становится более трудным. Автору удается частично ответить на него, обратившись к предложенному им понятию популяционной выживающей стратегии. В главе доказывается существование таких стратегий в двух моделях – с дискретным и непрерывным временем.

В целом, текст диссертации написан аккуратно и профессионально. Тем не менее, следует отметить ряд замечаний к работе.

1. Модели, рассматриваемые в диссертации, являются *играми* в широком понимании этого термина, но не в том смысле, какой обычно принят в классической теории игр: в рассматриваемых моделях не предполагается, что игроки стремятся выбрать оптимальные стратегии. Отмечу, что соискатель обговаривает это обстоятельство во введении (раздел 1.3), но все-таки следовало бы более подробно пояснить связь с классической теорией игр. Тоже самое можно сказать и про связь с эволюционной теорией игр и такими классическими понятиями, как, например, эволюционно устойчивая стратегия (про это лишь кратко упомянуто в разделе 1.3 и в разделе 8.1.2).

2. Продолжая предыдущее замечание, отмечу, что в работе Белькова, Евстигнеева, Хенса и Шу[1] была проанализирована связь выживающих стратегий с равновесиями по Нэшу в модели AESH. Было бы интересно получить аналогичные результаты для других моделей, рассмотренных в диссертации.

3. Вводимые в работе понятия динамической вероятностной эволюционной игры, выживающей стратегии и стратегии относительного роста представляются весьма общими и, по-видимому, могли бы быть применены в различных моделях за пределами финансовой математики. В работе этот вопрос практически не исследуется, но представляется целесообразным провести такие исследования в будущем.

4. В главе 2 доказываются необходимые и достаточные условия выживаемости стратегий в модели AESH, однако в последующих главах при рассмотрении более общих моделей приводятся лишь конструкции выживающих стратегией, но ничего не говорится об аналогичных необходимых и достаточных условиях.

5. Большинство основных теорем в диссертации формулируется для случая произвольного количества игроков. Кажется, что, в силу симметричности рассматриваемых моделей, часть из них можно было бы сформулировать короче, если ограничиться случаем двух игроков. Это не умаляет общности рассуждений, так как заменой игроков m=2, ..., M на одного игрока можно свести игру с произвольным числом игроков к игре с двумя игроками.

6. Название главы 7 («Семимартингальная модель») может трактоваться неверно, так как здесь, в сущности, рассматриваются лишь процессы ограниченной вариации, а не произвольные семимартингалы, хотя и используются техники из общей теории семимартингалов (случайные меры, предсказуемые характеристики, каноническое разложение).

7. В тексте имеется некоторое количество опечаток, но они не оказывают негативного влияния на восприятие работы.

Перечисленные замечания не умаляют достоинств диссертации, которая представляет собой цельный научный труд и вносит значимый вклад в актуальную тематику. Считаю, что на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Диссертация обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в науку.

Значимость результатов подтверждается их публикацией в ведущих российских и зарубежным журналах по теории вероятностей, случайным процессам и их приложениям.

---

[1] Belkov S., Evstigneev I.V., Hens T., Xu L. Nash equilibrium strategies and survival portfolio rules in evolutionary models of asset markets // Mathematics and Financial Economics. – 2020. – V. 14. – No. 2. – P. 249-262.

Автор также выступал на ведущих научных конференциях в своей предметной области, в том числе в качестве приглашенного докладчика, что дополнительно свидетельствует о высоком качестве работы и интересе научного сообщества к полученным результатам.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что диссертация М.В. Житлухина «Динамические вероятностные эволюционные игры и их приложения» соответствует всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор обоснованно заслуживает присуждения данной степени по специальности 1.1.4 – Теория вероятностей и математическая статистика.

3 марта 2025 г.

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук, специальность 01.01.11,
профессор кафедры моделирования экономических систем факультета прикладной математики – процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета

Мазалов Владимир Викторович

Контактные данные:
198504, Санкт-Петербург, Университетский пр., д. 35, Факультет прикладной математики — процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета
Тел.: +7(911)4096783
Email: v.v.mazalov@spbu.ru

Личную подпись
В.В. Мазалова
заверяю
И.О. начальника отдела кадров
И.И. Константинова
03.03.2025

Текст документа размещен в открытом доступе на сайте СПбГУ по адресу
http://spbu.ru/science/export.html

Документ подготовлен в порядке исполнения трудовых обязанностей