**«УТВЕРЖДАЮ»**
**И.о. проректора по научной работе**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»**
**_____С. В. Микушев**
**«17» февраля 2025 г.**

**Отзыв ведущей организации на диссертацию Смирнова Александра Викторовича «Асимптотические метрические инварианты и фундаментальные группы многомерных граф-многообразий», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 — Геометрия и топология.**

Диссертация А. В. Смирнова «Асимптотические метрические инварианты и фундаментальные группы многомерных граф-многообразий» посвящена вычислению асимптотической и линейноконтролируемой асимптотической размерностей многомерных граф-многообразий.

Актуальность темы исследования. Понятие асимптотической размерности введено в работах Громова (1993) и стало популярным благодаря работе Ю (1998), в которой была доказана гипотеза Новикова о высших сигнатурах для конечно-порожденных групп конечного гомотопического типа с конечной асимптотической размерностью.

Линейно-контролируемая асимптотическая размерность определена в работе Рое (2003). Это понятие можно рассматривать как асимптотический вариант размерности Ассуад–Нагаты (1958, 1982). В последнее время пространства с конечной размерностью Ассуад–Нагаты неожиданно появляются в различных областях математики. В работе Лэнга и Шлихенмайера (2005) они используется при исследования продолжимости липшицевых функций. А в недавней работе Эршлер и Митрофанову (2023) удается построить хорошее упорядочивание на пространствах конечной размерности Ассуад–Нагаты, помогающее при исследовании универсальной задачи комивояжора.

Ставший уже классическим подход Белл и Дранишникова (2004) позволяет оценивать асимптотическую размерность фундаментальных групп пространств, склеенных из хороших кусков. Аналогичного эффективного инструмента для нахождения верхних оценок линейно-контролируемой асимптотической размерности неизвестно. Для фундаментальных групп многообразий известны лишь некоторые частные случаи. Первый результат таких оценок для фундаментальных групп трехмерных многообразий был получен в работе Смирнова (2010). Позднее Юм и Систо (2013) для таких многообразий доказали, что линейно-контролируемая асимптотическая размерность равна трем. Оценки линейно-контролируемой асимптотической размерности фундаментальных групп трехмерных граф-многообразий получены Маккэем и Систо (2013).

Диссертация А. В. Смирнова решает вопрос о переносе этих результатов на многомерный случай для ортогональных граф-многообразий и на существенно более общий случай четырехмерных граф-многообразий типа не больше двух.

Научная новизна. Новизна заключается в том, что Александр Викторович Смирнов доказал что фундаментальная группа ортогонального граф-многообразия размерности $n$ квази-изометрически вкладывается в произведение $n$ метрических деревьев.

Универсальное накрывающее четырехмерного граф-многообразия, тип которого не превышает двух, билипшицево эквивалентно универсальному накрывающему ортогонального граф-многообразия. Ввел важное понятие типа граф-многообразия. Получил верхние оценки на асимптотическую и линейно-контролируемую асимптотическую размерности для ортогональных граф-многообразий и для четырехмерных граф-многообразий типа не больше двух.

Новизна и достоверность результатов, полученных автором, подтверждается наличием рецензируемых публикаций.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Её методы и результаты могут найти применение в геометрии метрических пространств, топологии, геометрической теории групп. Общий уровень работы высокий и более чем достаточный для кандидатской диссертации. Результаты диссертации могут быть использованы в исследованиях проводимых в математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, институте математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Санкт-Петербургском государственном университете а также в других учебных и научных учреждениях.

Апробация работы и публикации. Результаты диссертационной работы опубликованы в 2 статьях (без соавторов) в журналах, входящих в официальный перечень ВАК рецензируемых научных изданий, представлялись на научных семинарах и конференциях.

Основное содержание работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, который включает 32 наименования. Общий объем работы составляет 48 страниц.

Во введении приведено обоснование актуальности темы, описаны методы исследования и содержится достаточно полный обзор литературы по рассматриваемой тематике. Во второй главе вводится список основных обозначений и соглашений, а также приводятся необходимые для дальнейшего конструкции и определения.

Основная часть работы — главы 3 и 4. В третьей главе доказывается, что фундаментальная группа ортогонального граф-многообразия размерности $n$ квази-изометрически вкладывается в произведение $n$ метрических деревьев, из чего получаются верхние оценки на асимптотическую и линейно-контролируемую асимптотическую размерности для фундаментальных групп ортогональных граф-многообразий.

В четвертой главе диссертации доказывается, что универсальное накрывающее четырехмерного граф-многообразия, тип которого не превышает двух, билипшицево эквивалентно универсальному накрывающему ортогонального граф-многообразия. Получены верхние оценки на асимптотическую и линейно-контролируемую асимптотическую размерности для четырехмерных граф-многообразий типа не больше двух. Дается определение типа граф-многообразия. Приводится критерий ортогональности для четырёхмерных граф-многообразий, а также пример четырехмерного граф-многообразия типа два, не являющегося ортогональным.

В заключении подводится итог проведенного исследования и приводятся дальнейшие перспективы развития направления.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации.

Некоторые замечания. По тексту диссертации имеются следующие замечания.

1. Стр. 25: «следствие доказано» → «Следствие 3.6» доказано.
2. Стр. 40: «равны 1,» → «равны 1.»
3. Стр. 40: Структуру текста между «Напомним определение . . . » и «Далее мы переходим . . . » стоило бы изменить, иначе не понятно, где начинается определение.
4. Везде, где есть произведение пространства $S^1$ или $R$ на себя $n$ раз стоило бы изменить текст на подстрочную скобку или степень. В частности на стр. 16 «$(n-1)$ сомножитель».
5. Стоит упомянуть, что две метрики, рассматриваемые на произведении деревьев эквивалентны.

Сделанные замечания не умаляют достоинств диссертационного исследования. В основном, речь идёт о небрежности.

Заключение:

Диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне. Её автор, А. В. Смирнов, продемонстрировал владение современными математическими методами асимптотической геометрии, геометрии

метрических пространств кривизны, ограниченной сверху, теории граф-многообразий.

Область диссертационного исследования соответствует паспорту научной специальности 1.1.3 — геометрия и топология.

Диссертация «Асимптотические метрические инварианты и фундаментальные группы многомерных граф-многообразий» удовлетворяет всем требованиям положения о присуждении учёных степеней, утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842, предъявляемых к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, а ее автор, Смирнов Александр Викторович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 — геометрия и топология.

Отзыв подготовлен кандидатом физико-математических наук (специальность 01.01.04), доцентом факультета математики и компьютерных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» Лебедевой Ниной Дмитриевной. Отзыв обсужден и одобрен на совещании декана Факультета математики и компьютерных наук СПбГУ от 11.02.2025 № 44/7-02-1.

К.ф.-м.н., доцент Факультета математики и компьютерных наук СПбГУ — Н. Д. Лебедева

Подпись заверяю:

Подпись от руки Лебедевой Н.Д.
УДОСТОВЕРЯЮ
Ведущий специалист по кадрам Тонкева Л.В.
12 » 02 2025

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»
Адрес: 199034, Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7-9.
Телефон (812) 328-97-01
E-mail: spbu@spbu.ru