ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.167.03 НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК.

аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета от 06.03.2025 № 4

О присуждении **Смирнову Александру Викторовичу**, гражданину Российской Федерации, ученой степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация **“Асимптотические метрические инварианты и фундаментальные группы многомерных граф-многообразий”** на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 – геометрия и топология принята к защите «07» ноября 2024 г., протокол № 7 диссертационным советом 24.1.167.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук (119991, г. Москва, ул. Губкина, д.8; приказ № 1838/нк от 26.09.2023).

Соискатель Смирнов Александр Викторович, 1985 года рождения, в 2008 г. получил квалификацию МАТЕМАТИК по специальности «Математика» в Федеральном государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет», а в 2011 г. закончил там же аспирантуру. С 2011 г. работает в Федеральном государственном бюджетном учреждение науки Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук, в настоящее время в должности научного сотрудника лаборатории геометрии и топологии, где и выполнена диссертация.

Научный руководитель — Малютин Андрей Валерьевич, доктор физико-математических наук, заместитель директора по научной работе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук (специальность — 01.01.04).

Официальные оппоненты:

Кудрявцева Елена Александровна — доктор физико-математических наук, профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (специальность — 01.01.04)

Медных Александр Дмитриевич — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией теории функций Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (специальность — 01.01.04)

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация организации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» (г. Санкт-Петербург) в своем положительном заключении, утвержденном и.о. проректора по научной работе С. В. Микушевым, указала, что диссертационная работа «Асимптотические метрические инварианты и фундаментальные группы многомерных граф-многообразий» выполнена на высоком научном уровне. Её автор, А.В. Смирнов, продемонстрировал владение современными математическими методами асимптотической геометрии, геометрии метрических пространств кривизны, ограниченной сверху, теории граф-многообразий.

Соискатель имеет 3 публикации по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК. Все публикации подготовлены соискателем самостоятельно.

1. Смирнов А. В. Линейно-контролируемая асимптотическая размерность фундаментальной группы граф-многообразия // Алгебра и анализ. – 2010. – №22:2. – С. 185–203.

2. Смирнов А. В. Квази-изометрическое вложение фундаментальной группы ортогонального граф-многообразия в произведение деревьев // Алгебра и анализ. – 2012. – №24:5. – С. 165–180.

3. Смирнов А. В. Четырехмерные граф-многообразия с фундаментальными группами квази-изометричными группам ортогональных граф-многообразий // Алгебра и анализ. – 2017. – №29:6. – С. 230–247.

Других отзывов на диссертацию и автореферат не поступало.

Выбор официальных оппонентов и ведущей организации обосновывается близостью их исследований к тематике диссертации.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

– Показано, что фундаментальная группа ортогонального граф-многообразия размерности n квази-изометрически вкладывается в произведение n метрических деревьев.

– Доказано, что универсальное накрывающее четырехмерного граф-многообразия, тип которого не превышает двух, билипшицево эквивалентно универсальному накрывающему ортогонального граф-многообразия.

– Найден топологический критерий ортогональности для четырёхмерных граф-многообразий.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

1) Получены верхние оценки на асимптотическую и линейно-контролируемую асимптотическую размерности для ортогональных граф-многообразий, а также для четырехмерных граф-многообразий типа не больше двух.

2) Введен новый топологический инвариант – тип граф-многообразия.

3) Приведен пример четырехмерного граф-многообразия типа два, не являющегося ортогональным.

Применительно к проблематике диссертации результативно (эффективно, то есть с получением обладающих новизной результатов) использованы современные математические методы асимптотической геометрии, геометрии метрических пространств кривизны, ограниченной сверху, теории граф-многообразий.

Диссертация носит теоретический характер. Её методы и результаты могут найти применение в геометрии метрических пространств, топологии, геометрической теории групп.

Результаты диссертации могут быть использованы в исследованиях проводимых в математическом Институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургском государственном университете, а также в других учебных и научных учреждениях.

Достоверность результатов подтверждается строгими полными доказательствами. Результаты диссертации являются новыми.
Личный вклад соискателя состоит в доказательстве всех положений, выносимых на защиту.

В ходе защиты диссертации были высказаны следующие критические замечания:

1. Вызывает некоторое недоумение структура раздела 2.2.2, содержащего основные факты о асимптотических размерностях. По-видимому, утверждения приведенных там теорем 2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 2.11 было бы разумно представить в виде единого списка (возможно, с указанием точных ссылок). Это бы способствовало более размеренному восприятию текста с точки зрения читателя.
В определении 3.2 используется понятие симплициального дерева, которое нигде в тексте не определено. Также, кажется несколько странным выбор константы $1\times1/3^{100}$.

2. В определении 2.12 граф-многообразия (стр.15) блоки M, имеют вид $\Phi_v\times T^{n-2}$, где любая компактная связная поверхность с краем, отличная от диска и кольца; то же верно в определении ортогонального граф-многообразия (стр.16) и в определении метрики на блоке M_v, (как прямого произведения метрики неположительной кривизны на поверхности Φ_0 и плоских метрик длины 1 на окружностях); однако стандартный блок $B = H_0 \times R^{n-2}$ отвечает специальному случаю когда его база Φ_v это ориентируемая поверхность рода 0 с тремя граничными окружностями (т.н. "штаны"); поэтому следствие 3.6 верно только для таких специальных блоков, но неверно для произвольных блоков (это следствие используется в доказательстве теоремы 1.1, см. стр.27, строка 10, стр.28, строки 6-15, стр.29, строка 16, поэтому доказательство теоремы 1.1 дано только для таких специальных блоков). Тем не менее, можно разрезать поверхность Φ_v на несколько экземпляров "штанов", тогда каждый блок M,

разрежется на блоки нужного вида с базой "штаны" (правда, для полученного разбиения на блоки неравенство (2.2) уже будет нарушено, но это не помешает доказательству теоремы 1.1 в общем случае).

3. В работе используются понятия билипшицевой эквивалентности и λ-билипшицевой эквивалентности, но они нигде не определены. Было бы хорошо дать их определения, например после определения квази-изометрического отображения в конце раздела 2.1.3 (па стр.13) добавить: "Если $C=0$, то f называется λ-билипшицевым, а если f – биективно и $C = 0$, то пространства X и Y называются билипшицево эквивалентными". В доказательстве теоремы 1.1 используется равенство $asdim\ \pi_1(M) = asdim\ M$ (см. стр.33, строка 4). В качестве обоснования этого равенства приводится только следующая фраза на стр.25, строки 1-4 снизу: "В этом разделе для каждого ортогонального граф-многообразия M мы индуктивно построим метрику специального вида на его универсальном накрывающем M таким образом, что универсальное накрывающее M с такой метрикой будет квази-изометрично фундаментальной группе $\pi_1(M)$ граф-многообразия M". Было бы хорошо дать пояснение (или ссылку), почему M с построенной метрикой на нем квази-изометрично группе $\pi_1(M)$.

4. После определения квази-изометричных пространств (§2.1.3 на с.13) было бы полезно привести следствие из этого определения: "Любые два ограниченные метрические пространства квази-изометричны." Аналогично после определения 2.5 линейно-контролируемой асимптотической размерности (на стр.14) было бы полезно привести следствие: "Если $diam\ X < \infty$, то $asdim\ X = 0$. В частности, для любого замкнутого многообразия X неположительной кривизны верно $asdim\ X = 0$ (и поэтому для них неверна нижняя оценка из теоремы 2.11 на стр.15, см. комментарий 1 выше)."

Соискатель Смирнов А.В. ответил на задаваемые ему в ходе заседания вопросы и привел собственную аргументацию.

1) Действительно, стоило бы уделить больше внимания структуре раздела 2.2.2.

2) Следствие 3.6 верно для всех блоков в силу того, что универсальные накрывающие поверхностей с метрикой, рассматриваемой в разделе 2.4.1, билипшицево эквивалентны.

3) В разделе 3.3 доказывается, что M с построенной метрикой на нем квази-изометрично M с метрикой, поднятой с исходного граф-многообразий. В свою очередь, M с такой метрикой квази-изометрично фундаментальной группе в силу леммы Милнора-Шварца см. раздел 2.1.4

4) Да, следовало бы привести примеры для пространств с $asdim\ X = 0$.

На заседании 06 марта 2025 г. диссертационный совет принял решение за решение научной задачи по вычислению асимптотической и линейно-контролируемой асимптотической размерностей для широкого класса многомерных граф-многообразий присудить Смирнову А.В. ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 22 человек, из них 8 докторов наук по научной специальности 1.1.3 – геометрия и топология, участвовавших в заседании, из 23 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за **21**, против **1**.

Председатель диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН, профессор

Прохоров Юрий Геннадьевич

Ученый секретарь диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук

Осипов Денис Васильевич

06 марта 2025 года