Отзыв
научного консультанта Ивана Алексеевича Дынникова
о диссертации Александры Сергеевны Скрипченко «Ренормализация в одномерной динамике», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.3 – геометрия и топология

Диссертация А.С.Скрипченко посвящена изучению метрических и эргодических свойств перекладываний отрезков и различных их обобщений. Отправной точкой данного исследования была задача С.П.Новикова об асимптотическом поведении незамкнутых компонент плоских сечений 3-периодических поверхностей в трехмерном пространстве, которая была поставлена Новиковым в связи с приложениями к теории нормальных металлов.

В моих работах 1990-х годов было показано, что возникающая в этой задаче динамика является в типичном случае интегрируемой, но были указаны и примеры хаотического поведения. Однако дальше конструкции, позволяющей находить семейство таких примеров, дело долгое время не продвигалось. Возник ряд естественных вопросов, связанных с хаотическими режимами в задаче Новикова, ответ на которые требовал привлечения новых методов.

Динамику траекторий в задаче Новикова крайне естественно описывать с помощью перекладываний отрезков, которые в случае общего положения довольно интенсивно изучались в последние полвека. Однако здесь возникают перекладывания необщего положения, параметры которых связаны несколькими целочисленными линейными соотношениями, а в этом случае классические результаты о перекладываниях неприменимы.

Хаотические режимы в задаче Новикова можно эффективно описывать с помощью специальных случаев так называемых систем изометрий, которые в общем виде исследовались ранее в контексте геометрической теории групп.

При исследовании данной задачи Скрипченко обнаружила в литературе ряд других сюжетов, где изучаются похожие по природе объекты, возникающие в различных разделах топологии, алгебры, алгебраической геометрии и теории динамических систем. Все они так или иначе обобщают перекладывания отрезков, но известно о них гораздо меньше. Главное общее свойство рассматриваемых систем состоит в том, что на множестве наборов параметров, входящих в их определение, естественным образом определяется динамическая система с дискретным временем, свойства которой тесно связаны с поведением интересующих нас объектов. Шаг этой динамической системы обобщенно называется ренормализацией (хотя в конкретных случаях применяются различные другие термины). Множество точек в пространстве параметров, отвечающих «интересным» системам, часто является фракталом, описание структуры которого само по себе является трудной задачей.

В диссертации Скрипченко получен ряд важных результатов, касающихся упомянутых систем. Удалось значительно продвинуться в понимании динамики хаотических режимов в задаче Новикова. В одном из частных случаев семейства хаотических режимов построена естественная мера на соответствующем фрактальном множестве в пространстве параметров, а для типичных по отношению к этой мере систем получены оценки на скорость диффузии траекторий. Обнаружены и новые неожиданные

свойства исключительных случаев хаотических режимов, состоящие в отсутствии строгой эргодичности соответствующих динамических систем и, как следствие, наличии асимптотического направления у траекторий.

При изучении перекладываний отрезков необщего положения наибольшую трудность представляет случай, в котором вследствие наложенных на параметры соотношений так называемый инвариант Са–Арну–Фати (SAF) равен нулю. При этом они представляют и значительный интерес, так как именно такие перекладывания возникают в задаче Новикова и ряде других задач, связанных с обобщениями перекладываний. В работе Скрипченко построены примеры самоподобных перекладываний с нулевым SAF как со слабым перемешиванием, так и без него. С перекладываниями, имеющими нулевой SAF, связано, прямо или косвенно, большинство рассматриваемых в диссертации задач.

В диссертации Скрипченко развиты методы, связанные с применением процедуры нормализации, и с их помощью получен ряд результатов о типичном поведении систем, обобщающих перекладывания и обладающих важными свойствами (минимальность, строгая эргодичность), а также мерах на соответствующих им множествах в пространстве параметров. Одним из важных итогов работы Скрипченко является также установление плодотворных связей между некоторыми областями исследований, существовавших ранее отдельно друг от друга.

На основании сказанного считаю, что А.С.Скрипченко заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.3 – геометрия и топология.

Ведущий научный сотрудник
Математического института
им. В.А.Стеклова РАН
доктор физико-математических наук И.А.Дынников

21.08.2024

Подпись И.А. Дынникова
заверяю

ОТДЕЛ КАДРОВ

Заведующий
отделом кадров
Усачева О. Г.