МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи



Кузьмичев Михаил Дмитриевич

Ренормгрупповые функции в калибровочных теориях с $\mathcal{N} = 1$ суперсимметрией

1.3.3. - теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва - 2024

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ - **Степаньянц Константин Викторович**, доктор физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики физического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (специальность – 01.04.02)

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

Барвинский Андрей Олегович - доктор физико-математических наук, высококвалифицированный ведущий научный сотрудник Лаборатории теории фундаментальных взаимодействий Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук (специальность – 01.04.02)

Бедняков Александр Вадимович - кандидат физико-математических наук, начальник сектора Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Международной межправительственной организации Объединенный институт ядерных исследований (специальность – 01.04.02)

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

Защита состоится 06 июня 2024 г. в 13 часов на заседании диссертационного совета 24.1.167.02 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук по адресу: г. Москва, ул. Губкина, д. 8.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МИАН, а также на сайте МИАН: https://www.mi-ras.ru/dis/ref24/kuzmichev/dis.pdf

Автореферат разослан «___» марта 2024 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.167.02
кандидат физико-математических наук Теретёнков А.Е.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования, степень ее разработанности

Суперсимметрия дает возможность устранить несколько проблем, присущих Стандартной модели. Так, например, в ее суперсимметричных расширениях решается вопрос о существовании квадратично расходящихся радиационных поправок к массе бозона Хиггса. Кроме того, характерным свойством теорий Великого объединения с $\mathcal{N} = 1$ суперсимметрией [1] является возможность объединить калибровочные бегущие константы связи на масштабах энергии порядка 10^{16} Гэв. Важным экспериментом, позволяющим проверить указанный масштаб, является распад протона, пока еще не обнаруженный экспериментально [2], но активно изучающийся в феноменологических исследованиях.

Суперсимметричные модели также позволяют исследовать фундаментальные аспекты квантовой теории поля. Например, они важны для изучения проблемы сокращения расходимостей в квантовой теории поля [1]. Суперсимметрия позволяет улучшить ультрафиолетовые свойства теорий, что проявляется в некотором количестве точных соотношений, выполняющихся во всех порядках теории возмущений. Например, суперпотенциал в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теориях не получает расходящихся квантовых поправок [3]. Не менее известным примером является соотношение Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова (NSVZ), связывающее во всех порядках теории возмущений β-функцию и аномальные размерности суперполей материи, справедливое для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий [4, 5] и, в частности, для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной электродинамики [6].

Особое значение среди суперсимметричных теорий имеет $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричная теория Янга–Миллса, одной из особенностей которой является конечность во всех порядках теории возмущений [7, 8, 9]. Данная теория входит в известное AdS/CFT соответствие со стороны конформных калибровочных теорий и представляет огромный интерес. При этом равенство нулю β-функции $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории Янга–Миллса во всех петлях можно увидеть, например, с помощью NSVZ соотношения, которое устанавливает взаимосвязь между β-функцией и аномальной размерностью суперполей материи

для суперсимметричных калибровочных теорий [4, 5, 10]. NSVZ соотношение позволяет также доказать [11] конечность $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных калибровочных теорий за рамками одной петли [7, 8]. Для того чтобы сделать это, необходимо построить процедуру квантования и регуляризацию, сохраняющую симметрии теории [11]. Для этого используется гармоническое суперпространство.

Важно отметить, что недавно NSVZ соотношение было получено из первых принципов путем суммирования сингулярных вкладов во всех порядках теории возмущений [12]. Стоит подчеркнуть, что для доказательства NSVZ соотношения в случае $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий важнейшим ингредиентом является теорема о неперенормировке тройных духово-калибровочных ($V\bar{c}c$) вершин [13]. Заметим при этом, что впервые конечность этих вершин была обнаружена в однопетлевом вычислении в рамках теории возмущений [14]. Это говорит о важности проведения пертурбативных вычислений для исследования квантовых поправок в суперсимметричных теориях и установления точных соотношений (например, NSVZ) между различными ренормгрупповыми функциями, выполняющихся во всех порядках. В качестве еще одного примера можно привести многопетлевые вычисления β-функции в случае $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории Янга–Миллса [15, 16], которые и указали на конечность этой теории во всех порядках теории возмущений [7, 8, 9].

Также пертурбативные вычисления в низших петлях позволили увидеть структуру из полных производных в выражении для β-функции $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики (СКЭД), регуляризованной высшими производными [17, 18]. Это в конечном счете позволило построить вывод NSVZ-сотношения во всех порядках теории возмущений для суперсимметричной электродинамики, регуляризованной данным методом [19]. При вычислении двухпетлевой β-функции для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными, также было показано, что интегралы, дающие вклад в результат для β-функции, оказываются интегралами от полных производных [20]. При дальнейшей разработке данного подхода и обобщении его на случай теорий, содержащих юкавское взаимодействие, [21] впоследствии было построено доказательство NSVZ соотношения для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий общего вида, полученное из первых принципов [12].

Для получения точных результатов и проведения петлевых вычислений в рамках суперсимметричных квантовых теорий поля важным моментом является регуляризация [13, 14]. Наличие суперсимметрии позволяет улучшить ультрафиолетовое поведение данных теорий, благодаря чему важно ее сохранить на квантовом уровне. В качестве регуляризации, которая позволяет сохранить суперсимметрию при вычислении квантовых поправок, выступает регуляризация высшими ковариантными производными [22, 23]. Многие петлевые вычисления, совершенные с помощью данной регуляризации, [20, 21] показали, что NSVZ соотношение справедливо для реномгрупповых функций, определенных в терминах голых констант связи. Из первых принципов было доказано, что для перенормируемых $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий, регуляризованных высшими ковариантными производными, это также верно и во всех порядках теории возмущений [12].

Важно отметить, что $\overline{\text{DR}}$-схема, являющаяся самой популярной при исследовании квантовых поправок в суперсимметричных теориях, не позволяет получить формулу NSVZ в терминах перенормированных констант связи и требует для ее восстановления дополнительной конечной перенормировки [24]. NSVZ соотношение для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД выполняется для ренормгрупповых функций, определенных в терминах перенормированных констант связи, в HD+MSL (Высшие Производные + Минимальные Вычитания Логарифмов) схеме перенормировки [25]. На примере $\mathcal{N} = 1$ СКЭД можно видеть, что существует непрерывное множество NSVZ-схем [26]. NSVZ-схема для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий общего вида была построена и доказана в работах [12, 13] и также дается HD+MSL предписанием.

Различные NSVZ-подобные соотношения также были получены для теорий с мягко нарушенной суперсимметрией [27]. Дальнейшее исследование данного вопроса позволило исследовать перенормировку теорий с мягко нарушенной суперсимметрией [28] и получать точные соотношения на ренормгрупповые функции в мягко нарушенных теориях. Так, например, в суперсимметричной электродинамике с мягким нарушением суперсимметрии с имеются точные соотношения, описывающие перенормировку массы фотино во всех порядках теории возмущений [29]. С помощью регуляризации высшими производными такие соотношения были во всех порядках теории возмущений выведены для ренормгрупповых функций, определенных как в терминах голых констант связи, так

и в терминах перенормированных констант связи в HD+MSL схеме [30].

В рамках теорий с мягким нарушением суперсимметрии было показано, что точные соотношения из суперсимметричных теорий переносятся на соответствующие им теории с мягким нарушением суперсимметрии [31]. Это было доказано рассмотрением правил Фейнмана и их применением к вычислению диаграмм Фейнмана [31]. Тем самым еще раз подчеркивается важность пертурбативных вычислений в явно суперсимметричных теориях, поскольку эти результаты в том числе распространяются и на соответствующие теории с мягким нарушением суперсимметрии. Модели с суперсимметрией, нарушенной мягким образом, также, как и суперсимметричные теории, не содержат квадратичных расходимостей [31, 32]. Мягко нарушенные суперсимметричные модели также интересны феноменологически, могут выступать в качестве кандидатов на расширение Стандартной модели и тестироваться на наличие следствий из данных теорий, проверяемых на эксперименте [32].

Еще одно интересное NSVZ-подобное соотношение было получено в т.н. $P = \frac{1}{3}Q$ суперсимметричных теориях [33, 34] для аномальной размерности суперполей материи из требования ренорминвариантности отношения юкавских констант связи к калибровочной. В $\overline{\text{DR}}$ схеме это соотношение оказалось справедливым в одно- и двухпетелвом приближениях [34]. Тем не менее, в трехпетлевом приближении в общем случае оно уже не выполняется [34]. Несмотря на это, очень интересным представляется исследование того, при каких условиях оно может быть справедливо, поскольку это может позволить установить, в каких случаях может оказаться возможной редукция констант связи или, другими словами, в каких случаях юкавские константы могут оказаться пропорциональны калибровочной.

Цели и задачи диссертации

Целью данного исследования является явное вычисление определенных вкладов в ренормгрупповые функции в двух- и трехпетлевом приближении в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях и проверка соотношений между ними, следующих из формулы NSVZ и теоремы о конечности тройных духово-калибровочных вершин. Еще одной целью является изучение особенностей квантовых поправок и возможных точных соотношений в $P = \frac{1}{3}Q$ суперсимметричных теориях, а также условий их справедливости.

Научная новизна

Петлевые вклады в ренормгрупповые функции, вычисляемые в данной работе с помощью регуляризации высшими ковариантными производными, были получены впервые.

Вклады от определенных суперграфов в β-функции различных суперсимметричных теорий впервые были найдены с помощью нового подхода, основанного на вычислении вакуумных суперграфов.

Для конкретных графов, содержащих петли суперполей духов или материи, впервые было проверено NSVZ соотношение, записанное в виде формулы, связывающей β-функцию и аномальные размерности квантовых суперполей.

Были вычислены некоторые вклады в тройную духово-калибровочную вершину, которые в сумме с другими аналогичными вкладами позволили произвести проверку теоремы о конечности $V\bar{c}c$ вершин в двухпетлевом приближении, что ранее никогда не делалось.

Для $P = \frac{1}{3}Q$ суперсимметричных теорий впервые было получено соотношение между аномальными размерностями γ_c, γ_V и $\left(\gamma_\phi\right)_i{}^j$, эквивалентное требованию ренорминвариантности отношения юкавских констант связи к калибровочной, и исследованы условия его справедливости в низших петлях.

Достоверность результатов

О достоверности полученных результатов свидетельствует, например, то, что (для ренормгрупповых функций, определенных в терминах голых величин) результаты вычислений трехпетлевых вкладов в β-функции суперсимметричных теорий оказались связанными с соответствующими вкладами в аномальные размерности квантовых суперполей NSVZ соотношением нового вида, доказанным во всех порядках теории возмущений, что может рассматриваться как критерий правильности этих вычислений. Полученные результаты позволили в совокупности с результатами других аналогичных вычислений, сделанными другими учеными, получить суммарные вклады, удовлетворяющие общим утверждениям и теоремам.

Кроме того, двухпетлевые вклады в тройную духово-калибровочную вершину при суммировании с аналогичными вкладами дали конечный результат, что согласуется с общей теоремой о конечности данной вершины.

Новое условие редукции констант связи для $P = \frac{1}{3}Q$ суперсимметричных теорий было проверено явными вычислениями в одно- и двухпетлевом приближениях. Полученные при этом результаты согласуются с выводами других авторов об условиях ренормгрупповой инвариантности отношения λ^{ijk}/e для данных теорий.

Полученные результаты были опубликованы в ведущих мировых рецензируемых журналах в области физики высоких энергий.

Теоретическая и практическая значимость

Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий, регуляризованных высшими ковариантными производными, продемонстрирована справедливость общих всепетлевых результатов, таких как NSVZ соотношение и теорема о конечности тройных духово-калибровочных вершин, с помощью явных пертурбативных вычислений.

Пертурбативные результаты для явно суперсимметричных теорий могут быть распространены на соответствующие модели квантовой теории поля с мягким нарушением суперсимметрии [28, 31], которые являются очень интересными с точки зрения феноменологии [32].

Исследование нового соотношения между ренормгрупповыми функциями в $P = \frac{1}{3}Q$ суперсимметричных теориях является важным для изучения вопроса о построении суперсимметричных теорий, в которых юкавские константы связаны с калибровочной, что может представлять интерес для феноменологических приложений [35].

Методы исследования

В данной работе используются пертурбативные методы квантовой теории поля, сформулированные для суперсимметричных теорий, записанных в терминах суперполей. Квантование теорий осуществляется с помощью метода континуального интеграла. Поскольку рассматриваемые теории являются калибровочными, то это подразумевает введение слагаемых, фиксирующих калибровку, и духов Фаддеева–Попова. Важной особенностью является использование регуляризации высшими ковариантными производными. Данная регуляризация, в частности, позволяет сохранить суперсимметрию на квантовом уровне. Для вычисления вкладов определенного порядка в различные ренормгруппо-

вые функции используется метод теории возмущений и суперпространственные диаграммы Фейнмана, а также стандартная техника вычисления суперграфов.

Основные положения выносимые на защиту

1. Для $\mathcal{N} = 1$ суперсиммеричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными, вычислен определенный трехпетлевой вклад от духов Фаддеева–Попова в β-функцию с использованием нового подхода, основанного на исследовании вакуумных супердиаграмм. Вычисляемый вклад получается из трехпетлевого непланарного вакуумного суперграфа и некоторых планарных. Полученное выражение сопоставлено с соответствующим двухпетлевым вкладом в аномальную размерность духовых полей γ_c. Показано, что для этих вкладов в ренормгрупповые функции, определенные в терминах голых констант связи, выполняется NSVZ соотношение нового вида, что подтверждает правильность нового подхода для вычисления β-функции в суперсимметричных теориях.
2. Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной калибровочной теории с полями материи, регуляризованной высшими ковариантными производными, был также вычислен трехпетлевой вклад от суперполей материи в β-функцию, который в рамках нового подхода для нахождения β-функции получается из трехпетлевого непланарного вакуумного суперграфа. Данный вклад соотнесен с соответствующим двухпетлевым вкладом в аномальную размерность полей материи $\left(\gamma_\phi\right)_i{}^j$. Как оказалось, результаты вычислений удовлетворяют новому виду NSVZ соотношения, связывающего в данном случае β-функцию в трех петлях и $\left(\gamma_\phi\right)_i{}^j$ в двух. В результате явными вычислениями был проверен новый подход для вычисления β-функции для суперсимметричных калибровочных теорий.
3. Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики, регуляризованной высшими производными, был вычислен трехпетлевой вклад в β-функцию, который с помощью нового подхода получается из трехпетлевого непланарного вакуумного суперграфа. Данный результат сопоставлен с соответствующим выражением для двухпетлевого вклада в аномальную размерность суперполей материи. Как оказалось, результаты вычислений удовлетворяют NSVZ соотношению для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики. Это подтвердило правильность нового подхода для вычисления β-

функции для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД.

4. Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий, регуляризованных высшими ковариантными производными, были вычислены определенные двухпетлевые вклады в тройную духово-калибровочную вершину. Полученные выражения при суммировании с другими аналогичными вкладами позволили показать конечность $V\bar{c}c$ вершин в двухпетлевом приближении.
5. Для $P = \frac{1}{3}Q$ суперсимметричных теорий написано новое соотношение, связывающее аномальные размерности квантовых суперполей γ_c, γ_V и $\left(\gamma_\phi\right)_i{}^j$, эквивалентное условию ренорминвариантности отношения юкавских констант связи к калибровочной. Данное условие было проверено явными вычислениями на однопетлевом и двухпетлевом уровне. Допуская существование дополнительных ограничений на рассматриваемые теории, при которых это условие будет справедливо во всех порядках теории возмущений, была получена новая форма точного выражения для аномальной размерности суперполей материи $\left(\gamma_\phi\right)_i{}^j$.

Личный вклад автора

Результаты вычислений, выносимые на защиту, являются новыми и были получены непосредственно автором данной диссертационной работы. Результаты, полученные при участии соавторов совместных работ, которые используются при изложении, приводятся со ссылками на соответствующие работы. При этом результаты, полученные лично соискателем, четко отделяются от результатов, полученных соавторами совместных работ.

В статье [I] соискателем самостоятельно были вычислены вклады в аномальную размерность γ_c от двухпетлевых супердиаграмм Фейнмана с двумя внешними линиями духов Фаддеева–Попова, которые приведены в параграфе 1.3. Рассмотренные суперграфы отличаются большим количеством поддиаграмм, что делает их вычисление технически сложным. Правильность этих вычислений является критически важной для нахождения полной двухпетлевой аномальной размерности духов Фаддеева–Попова, поскольку в противном случае ренормгрупповые уравнения для аномальной размерности γ_c не будут выполняться. В связи с этим вклад автора в совместную работу [I] является очень важным и существенным.

В статье [II] непосредственно соискателем был вычислен определенный трех-

петлевой вклад от духов Фаддеева–Попова в β-функцию с использованием нового подхода, основанного на исследовании вакуумных суперграфов. Вакуумные супердиаграммы, определяющие этот вклад, приведены в параграфе 1.4. Один из вкладов задается трехпетлевым непланарным вакуумным суперграфом с духовой петлей и двумя калибровочными пропагаторами. Вычисление данного вклада являлось технически непростой задачей. Вычисляемые в данной диссертации вклады духов в трехпетлевую β-функцию оказались ненулевыми и при суммировании с аналогичными вкладами соавторов работы [II] позволили найти полный вклад духов в трехпетлевую β-функцию и проверить новое NSVZ соотношение. Из этого следует, что вклад соискателя в работу [II] является очень важным и значительным.

В статье [III] лично автором диссертации был вычислен трехпетлевой вклад в β-функцию $\mathcal{N} = 1$ СКЭД от непланарного вакуумного суперграфа с петлей материи и двумя пропагаторами калибровочного поля, рассматриваемого в параграфе 2.2. Из-за большого количества поддиаграмм данный вклад оказался самым сложным для вычисления среди остальных трехпетлевых вкладов в β-функцию. Полученный ненулевой результат для данного вклада от трехпетлевого непланарного вакуумного суперграфа при суммировании с другими вкладами соавторов работы [III] позволил получить трехпетлевую β-функцию для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД и проверить выполнение NSVZ соотношения. Вследствие этого вклад соискателя в статью [III] можно считать основополагающим.

В статье [IV] соискателем лично исследовалась двухпетлевая перенормировка $V\bar{c}c$ вершин на примере суперграфов, содержащих петлю материи и приведенных в параграфе 3.3. Рассмотренные вклады объединило наличие общей однопетлевой поддиаграммы с петлей материи, содержащей три пропагатора суперполей материи и три внешние линии калибровочного суперполя, на одной из которых суперполе $\bar{D}^2\alpha$. Вычисление данной поддиаграммы оказалось довольно сложным из-за большого количества расстановок пропагаторов. Полученные результаты оказались ненулевыми. В совокупности с другими аналогичными вычислениями, произведенными соавторами работы [IV], результат, полученный соискателем, позволил подтвердить теорему о неперенормировке тройных духово-калибровочных вершин на двухпетлевом уровне. Поэтому вклад соискателя в работу [IV] является очень существенным.

В статье [V] лично соискателем было вычислено большое количество двух-

петлевых супердиаграмм с двумя внешними духовыми линиями и одной внешней линией, содержащей суперполе $\bar{D}^2\alpha$. Эти суперграфы, содержащие только духовые и калибровочные пропагаторы, приведены в параграфе 3.4. Данные супердиаграммы дают вклад в двухпетлевую перенормировку тройных духово-калибровочных вершин. Было показано, что результат для вычисленных суперграфов оказывается не равным нулю. При суммировании с другими вкладами, вычисленными соавторами работы [V], итоговый результат оказался равным нулю, что позволило окончательно подтвердить конечность $V\bar{c}c$ вершин в двухпетлевом приближении. По этой причине вклад соискателя в работу [V] безусловно является очень важным и существенным.

В статье [VI] лично автором диссертации было получено условие, связывающее аномальные размерности квантовых суперполей в $P = \frac{1}{3}Q$ суперсимметричных теориях. Им лично была проверена справедливость этого условия в одной и двух петлях. Предполагая выполнение этого условия во всех порядках теории возмущений, автором лично была получена новая форма точного выражения для аномальной размерности суперполей материи. В связи с этим вклад соискателя в работу [VI] можно считать определяющим.

Кроме того, автор диссертации принимал непосредственное участие в подготовке работ [I–VI] к публикации.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Суммарный объем диссертации равен 123 страницам. Список литературы содержит 119 наименований.

Апробация результатов

Результаты, представленные в данной диссертации, докладывались лично автором на конференциях:

1. «Двухпетлевой вклад в тройную духово-калибровочную вершину в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теориях Янга–Миллса», XXVI Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2019», Москва, Россия, 8–12 апреля 2019
2. «Трехпетлевая бета-функция для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД в неминимальной калибровке», XXVII Международная научная конференция студентов, аспирантов и

молодых ученых «Ломоносов – 2020», Москва, Россия, 10–27 ноября 2020

а также соавторами совместных публикаций на конференциях:

3. «Двухпетлевая перенормировка духов Фаддеева–Попова в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях, регуляризованных высшими ковариантными производными», XXV Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2018», Москва, Россия, 9–13 апреля 2018
4. «Two-loop anomalous dimension of the Faddeev-Popov ghosts in $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric theories», Nineteenth Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow, August 22–28 2019
5. «Использование нового метода для вычисления вкладов духов Фаддеева–Попова в β-функцию $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теорий Янга–Миллса в трехпетлевом приближении», XXVII Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2020», Москва, Россия, 10–27 ноября 2020

Содержание работы

Глава 1 посвящена нахождению трехпетлевых вкладов духов в β-функцию с помощью алгоритма, основанного на вычислении вакуумных суперграфов, и установлению связи с соответствующими вкладами в аномальную размерность γ_c в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными.

В параграфе 1.1 определяются ренормгрупповые функции, а именно, β-функция и аномальные размерности различных суперполей. Ренормгрупповые функции определяются в терминах голых констант связи и в терминах перенормированных констант связи. Здесь описывается HD+MSL схема, в которой эти определения эквивалентны с точностью до замены аргументов в ренормгрупповых функциях.

В параграфе 1.2 рассматриваются $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричные калибровочные теории, регуляризованные высшими ковариантными производными. При этом квантование производится в формализме суперполей методом континуального интеграла. В этом параграфе также приводятся правила Фейнмана.

В параграфе 1.3 с помощью правил Фейнмана и при использовании стан-

дартной техники вычисления суперграфов находятся двухпетлевые вклады в аномальную размерность духов Фаддеева–Попова от супердиаграмм, подробно рассмотренных в данном параграфе.

В параграфе 1.4 вычисляются трехпетлевые духовые вклады в β-функцию. Устанавливаются связи с соответствующими вкладами в аномальную размерность духов Фаддеева–Попова из параграфа 1.3. Основной особенностью данного вычисления является применение нового алгоритма для нахождения вкладов в β-функцию, основанного на вычислении вакуумных суперграфов.

Глава 2 посвящена нахождению определенных трехпетлевых вкладов с петлей суперполей материи в β-функцию с помощью алгоритма, основанного на вычислении вакуумных суперграфов, и установлению связи с соответствующими вкладами в аномальную размерность суперполей материи для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий, регуляризованных высшими ковариантными производными.

В параграфе 2.1 для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса вычисляется вклад в β-функцию от определенных трехпетлевых диаграмм, содержащих петлю суперполей материи. Для этого вначале формулируются правила Фейнмана, которые необходимы для проводимых вычислений. Далее с помощью нового алгоритма для нахождения β-функции вычисляется трехпетлевой вклад, который соответствует непланарному вакуумному суперграфу с внешней петлей материи и двумя пропагаторами квантового калибровочного суперполя. Данный результат сопоставляется с соответствующим вкладом в двухпетлевую аномальную размерность суперполей материи. Показывается, что вычисленные вклады связаны между собой с помощью NSVZ соотношения нового вида, что подтверждает правильность полученных в этом параграфе результатов.

В параграфе 2.2 рассматривается $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричная квантовая электродинамика, регуляризованная высшими производными. Эта теория формулируется в формализме суперполей и квантуется с помощью метода континуального интеграла. Для данной теории с использованием нового алгоритма вычисляется трехпетлевой вклад в β-функцию (суперграф для данного вклада совпадает с диаграммой из параграфа 2.1) и соответствующий двухпетлевой вклад в аномальную размерность, а также проверяется, что вычисленные вклады связаны с помощью NSVZ соотношения для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД.

В главе 3 в рамках $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий, регу-

ляризованных высшими ковариантными производными, изучается двухпетлевая перенормировка тройных духово-калибровочных вершин. Вычисления проводятся в общей ξ-калибровке, но в пределе нулевых внешних импульсов, что позволяет упростить вычисления. В параграфе 3.1 ставится задача, а именно, для данной теории в приближении нулевых внешних импульсов вычислить определенные суперграфы, которые дают вклад в двухпетлевую перенормировку тройных духово-калибровочных вершин. В параграфе 3.2 приводятся правила Фейнмана, необходимые для того, чтобы произвести указанные вычисления.

В параграфе 3.3 исследуется двухпетлевая перенормировка $V\bar{c}c$ вершин на примере суперграфов, содержащих петлю материи. Данное вычисление в совокупности с другими аналогичными вычислениями позволило показать, что в пределе нулевых внешних импульсов сумма вкладов от двухпетлевых суперграфов, содержащих петлю материи, равна нулю. Это подтверждает теорему о неперенормировке тройных духово-калибровочных вершин на двухпетлевом уровне.

Ряд суперграфов с петлями духов и калибровочных суперполей, дающих вклад в двухпетлевую перенормировку тройных духово-калибровочных вершин, вычислен в параграфе 3.4. Было показано, что вклад от некоторых суперграфов в пределе нулевого внешнего импульса оказывается равным нулю. Оставшиеся ненулевые вклады при суммировании с другими аналогичными вкладами по итогу сокращаются, и суммарный результат в рассматриваемом пределе оказывается равным нулю, что доказывает конечность рассматриваемых вершин в двухпетлевом приближении.

В главе 4 рассматриваются $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричные калибровочные теории, которые удовлетворяют, так называемому, условию $P = \frac{1}{3}Q$. В параграфе 4.1 приводится мотивация, и ставится задача, заключающаяся в исследовании возможной редукции констант связи в рассматриваемых теориях. В параграфе 4.2 из ренормгрупповой инвариантности отношения юкавских констант связи к калибровочной выводится соотношение между аномальными размерностями квантовых суперполей для теорий $P = \frac{1}{3}Q$ и проверяется его справедливость в однопетлевом приближении. Используя это соотношение, в параграфе 4.3 точное выражение для аномальной размерности суперполей материи переписывается в новой форме, которая предположительно может быть использована для его вывода. Справедливость соотношения между аномальными размерностями

квантовых суперполей в высших порядках теории возмущений обсуждается в параграфе 4.4.

Заключение

Кратко суммируем результаты, полученные в диссертации.

Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными, была исследована двухпетлевая перенормировка духов Фаддеева–Попова. При этом был вычислен ряд суперграфов с двумя внешними линиями духовых суперполей. Учитывая различные возможные расстановки духов на внутренних линиях для каждой супердиаграммы, было показано, что рассмотренные суперграфы дают нулевой вклад в аномальную размерность духов Фаддеева–Попова γ_c. С учетом других аналогичных вкладов, вычисленных соавторами совместной работы, данный результат позволил найти полный двухпетлевой вклад в аномальную размерность γ_c.

Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий, регуляризованных высшими ковариантными проивзодными, был вычислен определенный трехпетлевой вклад от духов Фаддеева–Попова в β-функцию с использованием нового алгоритма, основанного на вычислении вакуумных суперграфов. Для того чтобы найти вклад в β-функцию от супердиаграмм, получающихся добавлением двух линий фонового калибровочного суперполя всеми возможными способами к рассматриваемой трехпетлевой вакуумной супердиаграмме, с помощью нового алгоритма необходимо подействовать определенным дифференциальным оператором из двойных полных производных на модифицированное выражение для вакуумного суперграфа. Графически действие дифференциального оператора выражается в разрезании определенных пропагаторов. Это позволило сопоставить результаты вычислений рассматриваемых трехпетлевых вкладов от духов Фаддеева–Попова в β-функцию с соответствующими двухпетлевыми вкладами в аномальную размерность духовых полей γ_c. Для ренормгрупповых функций, определенных в терминах голых констант связи, было показано, что для данных вкладов выполняется NSVZ соотношение нового вида. Это подтвердило справедливость нового алгоритма для вычисления β-функции в суперсимметричных теориях. Полученный результат при суммировании с другими аналогичными вкладами также позволил найти полный вклад в трехпетлевую β-функцию от супердиаграмм с петлей духов и убедиться, что NSVZ соотноше-

ние нового вида выполняется и для суммарного результата.

Для $\mathcal{N}=1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса с полями материи, регуляризованной высшими ковариантными производными, был также вычислен определенный трехпетлевой вклад от суперполей материи в β-функцию, который в соответствии с новым алгоритмом получается из трехпетлевого непланарного вакуумного суперграфа с петлей материи. Данный вклад соотнесен с соответствующим двухпетлевым вкладом в аномальную размерность полей материи $\left(\gamma_\phi\right)_i^{\ j}$. Было показано, что результаты вычислений для рассматриваемых вкладов удовлетворяют NSVZ соотношению нового вида, связывающему в данном случае β-функцию в трех петлях и аномальную размерность $\left(\gamma_\phi\right)_i^{\ j}$ в двух. Это подтвердило справедливость нового алгоритма для вычисления вкладов в β-функцию.

В $\mathcal{N}=1$ СКЭД, регуляризованной высшими производными, с использованием нового алгоритма был вычислен трехпетлевой вклад в β-функцию, определенную в терминах голых констант связи, от суперграфа графически идентичного диаграмме из предыдущего пункта и соответствующий двухпетлевой вклад в аномальную размерность. Было проверено, что данные вклады связаны с помощью NSVZ соотношения для $\mathcal{N}=1$ СКЭД, что подтвердило правильность нового алгоритма для вычисления β-функции. Суммирование полученных результатов с аналогичными вкладами от других диаграмм, вычисленных соавторами совместной статьи, позволило вычислить полную трехпетлевую β-функцию и убедиться, что NSVZ соотношение выполняется и для нее.

В $\mathcal{N}=1$ суперсимметричной калибровочной теории с суперполями материи, регуляризованной высшими ковариантными производными, были исследованы определенные двухпетлевые суперграфы, содержащие петлю материи и дающие вклад в тройную духово-калибровочную вершину. Была вычислена общая для данных суперграфов однопетлевая поддиаграмма, которая получается одним из возможных способов добавления внешней киральной калибровочной линии в поляризационный оператор с петлей материи. Суммарный результат вычисленного вклада от рассматриваемой поддиаграммы с остальными вариантами добавления внешней линии в поляризационный оператор, вычисленными соавторами совместной публикации, в пределе нулевого внешнего импульса оказался равным 0. Поэтому итоговый вклад от двухпетлевых супердиаграмм с петлей материи, дающих вклад в $V\bar{c}c$ вершины и содержащих в качестве поддиаграмм

суперграфы описанного выше типа, также оказался равным нулю. Это позволило явными вычислениями подтвердить конечность двухпетлевых вкладов с петлей материи в тройные духово-калибровочные вершины.

Для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными, был вычислен ряд суперграфов с петлями духов и калибровочных суперполей, дающих вклад в двухпетлевую перенормировку тройных духово-калибровочных вершин. Было показано, что вклад от некоторых суперграфов в пределе нулевого внешнего импульса оказывается равным нулю. Полученные ненулевые вклады при суммировании с другими аналогичными вкладами, вычисленными соавторами совместной статьи, по итогу сократились, и суммарный результат в рассматриваемом пределе оказался равным нулю. Это подтвердило конечность $V\bar{c}c$ вершин в двухпетлевом приближении.

Было показано, что ренормгрупповая инвариантность отношения λ^{ijk}/e в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теориях, удовлетворяющих условию $P = \frac{1}{3}Q$, приводит к соотношению, связывающему аномальные размерности квантовых суперполей γ_c, γ_V и $(\gamma_\phi)_i{}^j$ в каждом порядке теории возмущений. В предположении, что при определенных условиях это соотношение справедливо, точная формула для аномальной размерности $(\gamma_\phi)_i{}^j$ была записана в новой форме, которая не содержит знаменателя, зависящего от калибровочной константы связи. В однопетлевом приближении соотношение между γ_c, γ_V и $(\gamma_\phi)_i{}^j$ было проверено явным вычислением. Для проверки этого соотношения в двухпетлевом приближении сперва из конечности тройных $V\bar{c}c$ вершин была найдена двухпетлевая аномальная размерность γ_V. Далее было показано, что соотношение между аномальными размерностями действительно справедливо в двух петлях для определенного класса перенормировочных предписаний, включающего $\overline{\text{DR}}$ схему. Однако, как оказалось, в трехпетлевом приближении это соотношение в общем случае не выполняется, поскольку не существует перенормировочных предписаний, в которых аномальная размерность $(\gamma_\phi)_i{}^j$ пропорциональна δ_i^j. В связи с этим было высказано предположение, что необходимо либо наложить дополнительные ограничения на юкавские константы связи, либо предположить, что полученное соотношение между аномальными размерностями справедливо для планарных суперграфов при определенном перенормировочном предписании.

Список публикаций

Результаты выносимые на защиту были опубликованы в 6 статьях ведущих рецензируемых международных журналов, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus и RSCI:

[I] Kazantsev A. E., Kuzmichev M. D., Meshcheriakov N. P., Novgorodtsev S. V., Shirokov I. E., Skoptsov M. B., Stepanyantz K. V. Two-loop renormalization of the Faddeev-Popov ghosts in $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric gauge theories regularized by higher derivatives. // JHEP. — 2018. — Vol. 1806. — P. 020. (импакт-фактор WoS: 6.379)

[II] Kuzmichev M. D., Meshcheriakov N. P., Novgorodtsev S. V., Shirokov I. E., Stepanyantz K. V. Three-loop contribution of the Faddeev–Popov ghosts to the β -function of $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric gauge theories and the NSVZ relation. // Eur. Phys. J. C. — 2019. — Vol. 79. — P. 809. (импакт-фактор WoS: 4.991)

[III] Aleshin S. S. and others. Three-loop verification of a new algorithm for the calculation of a β-function in supersymmetric theories regularized by higher derivatives for the case of $\mathcal{N} = 1$ SQED. // Nucl. Phys. B. — 2020. — Vol. 956. — P. 115020. (импакт-фактор WoS: 3.045)

[IV] Kuzmichev M., Meshcheriakov N., Novgorodtsev S., Shirokov I., Stepanyantz K. Finiteness of the two-loop matter contribution to the triple gauge-ghost vertices in N=1 supersymmetric gauge theories regularized by higher derivatives. // Phys. Rev. D. — 2021. — Vol. 104. — P. 025008. (импакт-фактор WoS: 5.407)

[V] Kuzmichev M., Meshcheriakov N., Novgorodtsev S., Shatalova V., Shirokov I., Stepanyantz K. Finiteness of the triple gauge-ghost vertices in $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric gauge theories: the two-loop verification. // Eur. Phys. J. C. — 2022. — Vol. 82. — P. 69. (импакт-фактор WoS: 4.991)

[VI] Kuzmichev M., Stepanyantz K. A condition for the reduction of couplings in the $P = \frac{1}{3}Q$ supersymmetric theories. // Phys. Lett. B. — 2023. — Vol. 844. — P. 138094. (импакт-фактор WoS: 4.4)

Кроме этого, результаты исследований также были опубликованы в материалах конференций

1. Казанцев А. Е., Кузьмичев М. Д., Мещеряков Н. П., Новгородцев С. В., Скопцов М. Б., Широков И. Е. Двухпетлевая перенормировка духов Фаддеева–Попова в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных калибровочных теориях, регуляризованных высшими ковариантными производными. // XXV Междуна-

родная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2018». Секция «Физика». Сборник тезисов. — Физический факультет МГУ, Москва, 2018. — С. 182—184.

2. Кузьмичев М. Д. Двухпетлевой вклад в тройную духово-калибровочную вершину в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теориях Янга–Миллса. // XXVI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2019». Секция «Физика». Сборник тезисов. — Физический факультет МГУ, Москва, 2019. — С. 702—704.
3. Кузьмичев М. Д., Мещеряков Н. П., Новгородцев С. В., Широков И. Е. Использование нового метода для вычисления вкладов духов Фаддеева–Попова в β-функцию $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теорий Янга–Миллса в трехпетлевом приближении.// XXVII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2020». Секция «Физика». Подсекция «Теоретическая физика». Сборник тезисов. — Физический факультет МГУ, Москва, 2020.
4. Дурандина И. С., Кузьмичев М. Д., Мещеряков Н. П., Новгородцев С. В., Петров И. А., Шаталова В. В., Широков И. Е. Трехпетлевая бета-функция для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД в неминимальной калибровке.// XXVII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2020». Секция «Физика». Подсекция «Теоретическая физика». Сборник тезисов. — Физический факультет МГУ, Москва, 2020.
5. Kazantsev A. E., Kuzmichev M. D., Meshcheriakov N. P., Novgorodtsev S. V., Shirokov I. E., Skoptsov M. B., Stepanyantz K. V. Two-loop anomalous dimension of the Faddeev-Popov ghosts in $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric theories. // Particle Physics at the Year of 150th Anniversary of the Mendeleev's Periodic Table of Chemical Elements. Proceedings of the Nineteenth Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics. — World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 2021. — P. 544–546.

Список литературы

[1] Mohapatra R. N. Unification And Supersymmetry. The Frontiers Of Quark - Lepton Physics : The Frontiers Of Quark-lepton Physics. // New York, USA: Springer, 1986. — 421 p.

[2] Workman R. L. and others. Review of Particle Physics. // PTEP. — 2022. — P. 083C01.

[3] Grisaru M. T., Siegel W., Rocek M. Improved Methods for Supergraphs. // Nucl. Phys. B. — 1979. — Vol. 159. — P. 429.

[4] Novikov V. A., Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I. Exact Gell-Mann-Low Function of Supersymmetric Yang-Mills Theories from Instanton Calculus. // Nucl. Phys. B. — 1983. — Vol. 229. — P. 381.

[5] Jones D. R. T. More on the Axial Anomaly in Supersymmetric Yang-Mills Theory. // Phys. Lett. B. — 1983. — Vol.123. — P. 45–46.

[6] Shifman M. A.,Vainshtein A. I., Zakharov V. I. Exact Gell-mann-low Function In Supersymmetric Electrodynamics. // Phys. Lett. B. — 1986. — Vol. 166. — P. 334.

[7] Grisaru M. T., Siegel W. Supergraphity. 2. Manifestly Covariant Rules and Higher Loop Finiteness. // Nucl. Phys. B. — 1982. — Vol. 201. — P. 292.

[8] Howe P. S., Stelle K. S., Townsend P. K. Miraculous Ultraviolet Cancellations in Supersymmetry Made Manifest. // Nucl. Phys. B. — 1984. — Vol. 236. — P. 125–166.

[9] Mandelstam S. Light Cone Superspace and the Ultraviolet Finiteness of the N=4 Model. // Nucl. Phys. B. — 1983. — Vol. 213. — P. 149.

[10] Shifman M. A., Vainshtein A. I. Solution of the Anomaly Puzzle in SUSY Gauge Theories and the Wilson Operator Expansion. // Nucl. Phys. B. — 1986. — Vol. 277. — P. 456.

[11] Buchbinder I. L., Stepanyantz K. V. The higher derivative regularization and quantum corrections in N=2 supersymmetric theories. // Nucl. Phys. B. — 2014. — Vol. 883. — P. 20–44.

[12] Stepanyantz K. The all-loop perturbative derivation of the NSVZ β-function and the NSVZ scheme in the non-Abelian case by summing singular contributions. // Eur. Phys. J. C. — 2020. — Vol. 80. — P. 911.

[13] Stepanyantz K. V. Non-renormalization of the $V\bar{c}c$-vertices in $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric theories. // Nucl. Phys. B. — 2016. — Vol. 909. — P. 316–335.

[14] Aleshin S. S., Kazantsev A. E., Skoptsov M. B., Stepanyantz K. V. One-loop divergences in non-Abelian supersymmetric theories regularized by BRST-

invariant version of the higher derivative regularization. // JHEP. — 2016. — Vol. 05. — P. 014.

[15] Avdeev L. V., Tarasov O. V., Vladimirov A. A. Vanishing Of The Three Loop Charge Renormalization Function In A Supersymmetric Gauge Theory. // Phys. Lett. B. — 1980. — Vol. 96. — P. 94.

[16] Grisaru M. T., Rocek M., Siegel W. Zero Three Loop beta Function in N=4 Superyang-Mills Theory. // Phys. Rev. Lett. — 1980. — Vol. 45. — P. 1063–1066.

[17] Soloshenko A. A., Stepanyantz K. V. Three loop beta function for N=1 supersymmetric electrodynamics, regularized by higher derivatives. // Theor. Math. Phys. — 2004. — Vol. 140. — P. 1264–1282.

[18] Smilga A. V., Vainshtein A. Background field calculations and nonrenormalization theorems in 4-D supersymmetric gauge theories and their low-dimensional descendants. // Nucl. Phys. B. — 2005. — Vol. 704. — P. 445–474.

[19] Stepanyantz K. V. Derivation of the exact NSVZ β-function in N=1 SQED, regularized by higher derivatives, by direct summation of Feynman diagrams. // Nucl. Phys. B. — 2011. — Vol. 852. — P. 71–107.

[20] Pimenov A. B., Shevtsova E. S., Stepanyantz K. V. Calculation of two-loop beta-function for general N=1 supersymmetric Yang–Mills theory with the higher covariant derivative regularization. // Phys. Lett. B. — 2010. — Vol. 686. — P. 293–297.

[21] Shakhmanov V. Y., Stepanyantz K. V. Three-loop NSVZ relation for terms quartic in the Yukawa couplings with the higher covariant derivative regularization. // Nucl. Phys. B. — 2017. — Vol. 920. — P. 345–367.

[22] Slavnov A. A. Invariant regularization of nonlinear chiral theories. // Nucl. Phys. B. — 1971. — Vol. 31. — P. 301.

[23] Славнов А. А. Инвариантная регуляризация калибровочных теорий. // ТМФ. — 1972. — Т. 13. — С. 174.

[24] Jack I., Jones D. R. T., Pickering A. The Connection between DRED and NSVZ. // Phys. Lett. B. — 1998. — Vol. 435. — P. 61–66.

[25] Kataev A. L., Stepanyantz K. V. NSVZ scheme with the higher derivative regularization for $\mathcal{N} = 1$ SQED. // Nucl. Phys. B. — 2013. — Vol. 875. — P. 459–482.

[26] Goriachuk I. O., Kataev A. L., Stepanyantz K. V. A class of the NSVZ renormalization schemes for $\mathcal{N} = 1$ SQED. // Phys. Lett. B. — 2018. — Vol. 785. — P. 561–566.

[27] Hisano J., Shifman M. A. Exact results for soft supersymmetry breaking parameters in supersymmetric gauge theories. // Phys. Rev. D. — 1997. — Vol. 56. — P. 5475.

[28] Avdeev L. V., Kazakov D. I., Kondrashuk I. N. Renormalizations in softly broken SUSY gauge theories. // Nucl. Phys. B. — 1998. — Vol. 510. — P. 289–312.

[29] Nartsev I. V., Stepanyantz K. V. Exact renormalization of the photino mass in softly broken $\mathcal{N} = 1$ SQED with N_f flavors regularized by higher derivatives. // JHEP. — 2017. — Vol. 04. — P. 047.

[30] Нарцев И. В., Степаньянц К. В. NSVZ-подобная схема для массы фотино в мягко нарушенной $\mathcal{N} = 1$ СКЭД, регуляризованной высшими производными. // Письма в ЖЭТФ. — 2017. — Т. 105. — С. 57–61.

[31] Girardello L., Grisaru M. T. Soft Breaking of Supersymmetry. // Nucl. Phys. B. — 1982. — Vol. 194. — P. 65.

[32] Dimopoulos S., Georgi H. Softly Broken Supersymmetry and SU(5). // Nucl. Phys. B. — 1981. — Vol. 193. — P. 150–162.

[33] Jack I., Jones D. R. T. Renormalization group invariance and universal soft supersymmetry breaking. // Phys. Lett. B. — 1995. — Vol. 349. — P. 294–299.

[34] Jack I., Jones D. R. T., North C. G. N=1 supersymmetry and the three loop anomalous dimension for the chiral superfield. // Nucl. Phys. B. — 1996. — Vol. 473. — P. 308–322.

[35] Heinemeyer S., Mondragón M., Tracas N., Zoupanos G. Reduction of Couplings and its application in Particle Physics. // Phys. Rept. — 2019. — Vol. 814. — P. 1–43.

Подписано в печать 29.02.2024 г.
Тираж 100 экз.

Отпечатано в (название, адрес типографии)