УТВЕРЖДАЮ

Проректор по науке и инновациям
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
"Национальный исследовательский университет "МЭИ",
доктор технических наук

_____ Комаров И.И.

ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации Горшкова Алексея Вячеславовича "Граничное условие прилипания для вихревой функции в уравнениях гидродинамики", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 — дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа является многоплановым исследованием в одном из самых малоизученных направлений теории поля, а именно теории краевых задач, граничные условия которых содержат основные полевые операции, а именно градиент (производные по нормали), ротор и дивергенцию.

Трудность формирования и исследования такого типа задач определяются тем фактом, что граничные значения функции, и граничные значения указанных операций не являются независимыми. Ввиду этого как постановка краевых задач, так и их исследование требуют нестандартных подходов.

Центральные разделы диссертации содержат исследования математических моделей движения вихревых течений, огибающих ограниченные тела, при условии прилипания на границе тела и стабилизации на бесконечности.

Автору удалось построить граничное условие для ротора искомого решения как для линейных, так и для нелинейных уравнений гидродинамики, записанных в вихревой форме. Условие найдено как в явном виде, так и как граничное управление на инвариантное многообразие, определяемое преобразованием Вебера. Это позволило автору получить ряд новых результатов, имеющих существенное значение не только для гидродинамических течений, но и для теории дифференциальных уравнений с частными производными в целом.

Таким образом актуальность исследований и их научная значимость сомнений не вызывают.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 118 наименований и одного Приложения. Объём диссертации составляет 226 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ ПО ГЛАВАМ

В первой главе исследуется преобразование Вебера для вырожденного случая. Вырожденность преобразования заключается в наличии одномерного подпространства, являющегося ядром преобразования Вебера. Получены формулы обратного преобразования Вебера на коядерном подпространстве. Это подпространство нашло применение в исследуемой далее задаче гидродинамики как подпространство, задаваемое интегральными соотношениями, и соответствующее условию прилипания.

Во второй главе исследуется течение вязкой жидкости во внешности диска (базовой области простейшей геометрии, к которой в дальнейшем сводится случай области общего вида). Выводится интегральное условие прилипания в задаче Стокса обтекания диска как условие ортогональности ротора к ядру преобразования Вебера. То есть условие прилипания рассматривается как набор интегральных ограничений на вихревую функцию, которым она необходимо должна удовлетворять. Если в ограниченных областях условие прилипания, как отмечено в диссертации, превращается в условие ортогональности ротора аналитическим функциям, то в диссертации для неограниченной области это условие модифицируется как условие ортогональности функциям **1/z^k**, нарушаемое при k=1.

Это интегральное условие затем трансформируется в смешанное граничное условие на коэффициенты Фурье функции ротора. Таким образом, во второй главе находится первое граничное условие в модельной линейной задаче обтекания диска. И решение задачи Стокса находится при помощи преобразования Вебера. Формулы для вектора скоростей (не в вихревой форме) задачи Стокса обтекания диска известны были ранее (автор приводит ссылки и краткую историю вопроса), однако полученное вихревое представление решения позволяет получить новые оценки линейной полугруппы ротора течения, которые используются в задаче нелинейной динамики в последующих главах.

В третьей главе производится обобщение интегральных и граничных условий на случай внешней области с гладкой границей для линейного уравнения вихря. Эта глава является ключевой, так как в ней исследуется задача дивергенция-ротор во внешней области с условием прилипания и заданной скоростью течения на бесконечности. С помощью конформных отображений выводятся необходимые интегральные ограничения на ротор для разрешимости задачи. В этой главе получена важная энергетическая оценка решения. Доказанная в диссертации однозначная разрешимость этой задачи обосновывает корректность исследования течения в вихревой форме,

описываемого уравнением Гельмгольца. В этой главе, для линейного уравнения Гельмгольца, интегральное условие также затем трансформируется в смешанное граничное условие на коэффициенты Фурье функции ротора

В четвертой главе ставится задача нахождения граничного условия для уравнения Гельмгольца с нелинейным слагаемым переноса. С помощью отображения Римана уравнение Гельмгольца во внешней области сводится к уравнению, заданному во внешности диска. Вместо явной постановки граничной задачи решается задача поиска граничного условия, выраженного через коэффициенты ряда Фурье, и обеспечивающего выполнение выведенных в предыдущей главе интегральных ограничений. В этой главе также исследуется однозначная разрешимость нелинейного уравнения Гельмгольца с этим граничным условием. Автору удалось доказать теорему существования решения в весовом пространстве Соболева.

Пятая глава является естественным продолжением основной темы исследования краевой задачи для уравнения вихря. В ней изучается стабилизация течения к безвихревому потоку с граничным управлением. В этой главе управление становится уже реальным воздействием на течение, в противоположность предыдущей главе, где управление было инструментом сохранения условия прилипания (хотя отсутствие даже условия непротекания немного размывает «физичность» постановки задачи). В этой главе строится граничное управление в рамках которого решение уравнение вихря, как и решение исходной системы Навье-Стокса, стабилизируется к горизонтальному потоку как 1/t^k.

1. Замечание 1. Во второй главе для линейного случая хотелось бы видеть более подробное описание взаимосвязи решений системы Стокса и решения уравнения теплопроводности для ротора. Особенно это касается обратного перехода от роторной функции к векторному полю.
2. Замечание 2. Имеется ряд мелких неточностей и стилистических погрешностей, не мешающих восприятию содержания.

ВЫВОДЫ

Диссертация представляет глубокое исследование важной и актуальной темы. В ней решен ряд важных проблем. В рамках основных операторов теории поля получены граничные значения для функции ротора. Разработана теория классической задачи дивергенция-ротор во внешних областях. Методика автора применима к нелинейным краевым задачам. Все полученные результаты являются новыми.

Диссертация исполнена весьма аккуратно. Она является самостоятельно выполненной научной работой. Результаты диссертации сформулированы в виде соответствующих теорем, имеющих строгие доказательства.

Полученные результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях в МГУ, МЭИ и других научных учреждениях Основные результаты диссертации докладывались на российских и международных научных конференциях; они изложены в статьях, опубликованных в ведущих отечественных и зарубежных журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК. Содержание автореферата соответствует основным выводам диссертации.

Диссертация Горшкова Алексея Вячеславовича "Граничное условие прилипания для вихревой функции в уравнениях гидродинамики" является научно-квалификационной работой, в которой разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение высокого уровня в теории уравнений математической физики, а также в теории гидродинамических течений. Диссертация удовлетворяет требованиям, сформулированным в п.9 Положения ВАК РФ о присуждении ученых степеней, а её автор Горшков Алексей Вячеславович несомненно заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 – "Дифференциальные уравнения и математическая физика".

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры математического и компьютерного моделирования НИУ «МЭИ» 30 августа 2024г.

Результаты голосования: за-25, против-0, воздержавшихся-0.

Заведующий кафедрой Математического и компьютерного моделирования НИУ «МЭИ»

_____Зубков П.В.

Доктор физико-математических наук, профессор,
Заслуженный деятель науки Российской Федерации

_____Дубинский Ю.А.

«24» сентября 2024 г.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "МЭИ"
111250, Россия, г. Москва, УЛ. Красноказарменная, д.14, стр.1
тел.: +7 495 362-70-01
E-mail: universe@mpei.ac.ru