ОТЗЫВ

научного консультанта Фурсикова Андрея Владимировича на диссертацию Горшкова Алексея Вячеславовича "Граничное условие прилипания для вихревой функции в уравнениях гидродинамики"

Диссертация А.В.Горшкова посвящена решению ряда математических проблем, связанных с задачей обтекания несжимаемой жидкостью ограниченного тела. Указанный раздел математической гидродинамики не только интересен с теоретической точки зрения, но и важен для приложений. Более конкретно, в диссертации исследуется вихревая динамика вязкой несжимаемой среды вокруг ограниченных тел. Вихревая модель движения описывается нелинейными интегро-дифференциальными уравнениями в неограниченных областях. В дополнение к этому, начально-краевая задача с условием прилипания на границе области в вихревом представлении переходит в интегральные соотношения, заданные на всей бесконечной области.

Тема диссертации посвящена построению краевых условий вместо условий, распределенных по всей области, и доказательству разрешимости соответствующей начальной-краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения. Краевые условия, которые получены в диссертации, относятся к условиям третьего типа. Эти краевые условия порождают вырожденные аналоги преобразования Фурье, свойства которых исследуются в первой главе диссертации.

Во второй главе диссертации выводятся интегральные соотношения на функцию ротора, которые эквивалентны условию прилипания скорости жидкости в задаче обтекания круга. Из этих соотношений выводится граничное условие для вихревой функции решения системы Стокса во внешности круга и строится решение задачи обтекания диска для вихря скорости.

В третьей главе диссертации выводятся интегральные соотношения на функцию ротора, которые эквивалентны условию прилипания уже в случае произвольной внешней области. Из этих соотношений также выводится граничное условие для вихревой функции системы Стокса.

Вообще говоря, векторное поле скорости восстанавливается по функции ротора не всегда однозначно. В третьей главе доказана однозначная разрешимость задачи дивергенция-ротор для векторных полей с условием прилипания и заданным внешним потоком на бесконечности, а также получена оценка этого решения в пространствах Соболева.

Для интегро-дифференциального уравнения Гельмгольца, которое является вихревым аналогом системы Навье-Стокса, в четвертой главе строится псевдо-граничное условие, представимое в виде суммы граничного условия, и малой добавки, распределенной по всей бесконечной области. Далее, с помощью теоремы о сжимающих отображениях, доказывается существование именно граничного условия, распределенного только по границе тела. Также для уравнения Гельмгольца доказывается однозначная разрешимость соответствующей начально-краевой задачи.

В пятой главе диссертации установлена стабилизация решений вихревого уравнения Гельмгольца к нулю со степенной скоростью при помощи граничного управления. С помощью этого результата и оценок решения задачи дивергенция-ротор, получена стабилизацию векторного поля скоростей к заданному горизонтальному течению.

Таким образом, диссертация решает широкий круг задач, связанных с вихревой динамикой нелинейных уравнений гидродинамики. Результаты диссертации доказывают, что в двумерном случае динамика одной скалярной функции ротора полностью описывает динамику поля скоростей в задаче обтекания. И в уравнении Гельмгольца можно ставить краевое условие на ротор векторного поля, и решать соответствующую краевую задачу.

Изложенные в диссертации результаты опубликованы в ведущих российских и международных научных журналах, включая такие издания, как Математические заметки, Математический сборник, Journal of Mathematical Fluid Mechanics, Журнал вычислительной математики и математической физики.

А.В. Горшковым проведена большая работа, объём диссертации составляет 226 страниц. Результаты диссертации неоднократно докладывались на семинаре кафедры Общих проблем управления "Задачи дифференциальных уравнений, анализа и управления: теория и приложения", на семинарах МИАН, Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского, Института вычислительной математики. Также результаты диссертации докладывались на многих международных конференциях.

А.В.Горшков несомненно заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 – "Дифференциальные уравнения и математическая физика".

Доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой Общих проблем управления
механико-математического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова,
119991, Российская Федерация, Москва,
Ленинские горы, д. 1.
"24" апреля 2024 г.

А.В.Фурсиков

Декан механико-математического факультета
Московского государственного университета
имени М.В.Ломоносова
член-корреспондент РАН, профессор

А.И.Шафаревич