ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.167.03 НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК.

аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета от 06.03.2025 № 3

О присуждении **Фроленкову Дмитрию Андреевичу**, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация **“Свертки обобщенных функций числа делителей в различных задачах теории чисел”** на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика принята к защите «07» ноября 2024 г., протокол № 5 диссертационным советом 24.1.167.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук (119991, г. Москва, ул. Губкина, д.8; приказ № 1838/нк от 26.09.2023). Соискатель Фроленков Дмитрий Андреевич, 1989 года рождения, диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук "Средние значения чисел Фробениуса, длин алгоритмов Евклида и характеров Дирихле" защитил в 2013 году в диссертационном совете, созданном на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук после досрочного окончания аспирантуры МИАН. С 2014 г. Фроленков Д.А. работает в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской академии наук, в настоящее время в должности старшего научного сотрудника отдела теории чисел.

Диссертация подготовлена в отделе теории чисел Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук.

Научный консультант - Быковский Виктор Алексеевич, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, профессор, главный научный сотрудник ХО ИПМ ДВО РАН (специальность 01.01.06)

Официальные оппоненты:

Петров Федор Владимирович — доктор физико-математических наук, профессор факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет» (специальность 01.01.01);

Попов Дмитрий Александрович — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Отдела математических методов в биологии НИИ Физико-химической биологии имени А. Н. Белозерского ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (специальность 01.01.06);

Шутов Антон Владимирович — доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры "Вычислительная техника и системы управления" ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (специальность 1.1.5)

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» (г. Самара) в своем положительном заключении, утвержденном и.о. первого проректора - проректора по научно-исследовательской работе Самарского университета, д.т.н., доцентом А.М. Гареевым, указала, что диссертация Фроленкова Дмитрия Андреевича «Свертки обобщенных функций числа делителей в различных задачах теории чисел» является научно-квалификационной работой, в которой разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение высокого уровня в теории чисел и теории автоморфных форм. Диссертация удовлетворяет всем требованиям, сформулированным в п.9 Положения ВАК РФ о присуждении ученых степеней, а ее автор Фроленков Дмитрий Андреевич заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 – «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Соискатель имеет более 30 опубликованных научных работ, в том числе 13 по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК. По совместным публикациям в диссертацию вошли только результаты, полученные соискателем лично. Соавторами представлены заявления о разделении вклада в публикациях.

1. O. Balkanova, D. Frolenkov, "The first moment of cusp form L-functions in weight aspect on average", Acta Arith. 181 (2017), 197-208.

2. O. Balkanova, D. Frolenkov, "Non-vanishing of automorphic L-functions of prime power level", Monatsh. Math. 185:1 (2018), 17-41.

3. O. Balkanova, D. Frolenkov, "Moments of L-functions and the Liouville-Green method", J. Eur. Math. Soc. (JEMS), 23:4 (2021), 1333-1380.

4. D. Frolenkov, "The cubic moment of automorphic L-functions in the weight aspect", J. Number Theory, 207:2 (2020), 247-281.

5. О. Г. Балканова, Д. А. Фроленков, "Равномерная асимптотическая формула для второго момента L-функций на критической прямой", Современные проблемы математики, механики и математической физики. II, Сборник статей, Тр. МИАН, 294, МАИК, М., 2016, 20-53.

6. О. Г. Балканова, Д. А. Фроленков, "О бинарной аддитивной проблеме делителей", Аналитическая теория чисел, Сборник статей. К 80-летию со дня рождения Анатолия Алексеевича Карацубы, Тр. МИАН, 299, МАИК, М., 2017, 50-55.

7. В. А. Быковский, Д. А. Фроленков, "Асимптотическая формула для свертки обобщенной функции делителей", Докл. РАН, 465:2 (2015), 137-140.

8. В. А. Быковский, Д. А. Фроленков, "О втором моменте L-рядов голоморфных параболических форм на критической прямой", Докл. РАН, 463:2, (2015), 133-136.

9. В. А. Быковский, Д. А. Фроленков, "Некоторые интегральные представления для гипергеометрической функции", Дальневост. матем. журн. 15:1, (2015), 38-40.

10. В. А. Быковский, Д. А. Фроленков, "О средней длине конечных цепных дробей с фиксированным знаменателем", Матем. сб., 208:5 (2017), 63-102.

11. В.А. Быковский, Д.А. Фроленков, "Асимптотические формулы для вторых моментов L-рядов голоморфных параболических форм на критической прямой", Изв.РАН Сер.матем., 81:2 (2017), 5-34.

12. Д. А. Фроленков, "Равномерные асимптотические формулы для гипергеометрической функции", Дальневост. матем. журн., 15:2 (2015), 289-298.

13. Д. А. Фроленков, "Недиагональные части второго момента L-функций автоморфных форм", Матем. сб., 211:8 (2020), 114-131.

Других отзывов на диссертацию и автореферат не поступало.

Выбор официальных оппонентов обосновывается тем, что они являются компетентными, высококвалифицированными специалистами в области физико-математических наук, имеющими значимые работы по теории чисел и в смежных областях.

Ф.В. Петров является широко известным и разносторонне эрудированным математиком с широким спектром интересов, включающим анализ и теорию чисел (см. напр. работы Ф.В. Петров «О количестве рациональных точек на строго выпуклой кривой», Функ. Анал. Прил. 40, 1, 30–42. (2006), V. V. Volkov, F. V. Petrov. «On the interpolation of integer-valued polynomials» J. Numb. Theor. 133 (12), 4224–4232. (2013), J.C. Liu and F. Petrov, «Congruences on sums of q-binomial coefficients», Adv. Appl. Math. 116(2020), Art. 102003, F. Petrov. «Logarithmic asymptotics of Landau–Okhotin function», Acta Math. Hung.169 (1), pp. 272-276. (2023)).

Д.А. Попов является признанным специалистом в аналитической теории чисел, благодаря своим работам о распределении целых точек в различных областях (Д. А. Попов, “О числе целых точек в трехмерных телах вращения”, Изв. РАН. Сер. матем., 64:2 (2000), 121–140, Д.А. Попов, "Оценки и поведение величин $P(x)$, $\Delta(x)$ на коротких интервалах" Изв. РАН. Сер. матем., 80:6 (2016), 230–246), а также исследованиям спектра оператора Лапласа (Д.А. Попов «О втором члене в формуле Вейля для спектра оператора Лапласа на двумерном торе и числе целых точек в спектральных областях» Изв. РАН. Сер. матем., 75:5 (2011), С. 139–176). К тому же Д.А.Попову принадлежит целый ряд результатов об оценках осциллирующих интегралов (Д. А. Попов, “Оценки с константами для некоторых классов

осциллирующих интегралов”, УМН, 52:1 (313) (1997), 77–148 ), которые внесли существенный вклад в развитие математических основ томографии.

А.В. Шутов является известным специалистом в области теории чисел и дискретной математики. А.В. Шутов известен своими исследованиями множеств ограниченного остатка и фракталов Рози (Д. В. Кузнецова, А. В. Шутов, «Перекладывающиеся разбиения тора, подстановка Рози и множества ограниченного остатка», Матем. заметки, 98:6 (2015), 878–897, А. В. Шутов, “Об одном семействе двумерных множеств ограниченного остатка”, Чебышевский сб., 12:4 (2011), 264–271), различных вопросов из теории графов (Shutov A.V., Maleev A.V. "Coordination numbers of the vertex graph of a Penrose tiling", Acta Cryst. 2018. Vol. A74. P. 112– 122), целого ряда других задач на стыке теории чисел, дискретной математики и кристаллографии.

Выбор ведущей организации обосновывается тем, что она считается важным центром изучения математики, славится важными достижениями в различных областях математики, в том числе и теории чисел. В ней работает широко известный специалист по аналитической теории чисел доктор физико-математических наук Воскресенская Г.В., специализирующаяся на изучении свойств модулярных форм.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований разработан и успешно применен новый подход к изучению статистических свойств алгоритма Евклида, впервые получена эффективная оценка на долю модулярных форм большого веса, чья L-функция имеет ненулевое значение в точке 1/2, получены существенные продвижения в изучении различных моментов L-функций модулярных форм, в том числе, предложен новый подход к изучению моментов L-функций модулярных форм веса 2.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

- получена новая оценка остатка в асимптотической формуле для среднего значения длин цепных дробей рациональных чисел с фиксированным знаменателем;
- доказана новая оценка на долю модулярных форм большого веса, чья L-функция имеет ненулевое значение в точке 1/2;

- улучшена оценка на долю примитивных форм большого примарного уровня, чья L-функция имеет ненулевое значение в точке 1/2;
- разработан новый подход к изучению моментов L-функций модулярных форм веса 2;
- улучшена оценка сверху на рост значений в точке 1/2 у L-функций модулярных форм большого веса.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что все результаты, изложенные в диссертации, подкреплены строгими математическими доказательствами, соотносятся с доказанными ранее результатами и с выдвинутыми известными гипотезами, и получены на основе корректного применения методов аналитической теории чисел и теории специальных функций.

Личный вклад соискателя состоит в самостоятельном получении результатов диссертационного исследования, в их апробации на научных семинарах и международных конференциях и в подготовке публикаций по теме диссертации.

В ходе защиты диссертации были высказаны следующие критические замечания: некоторые объекты возникают в тексте раньше, чем дано их определение, в тексте присутствует небольшое количество слов, написанных на английском языке и пропущенных при переводе на русский язык оригинальных статей, лежащих в основе диссертационного исследования, у некоторых страниц отсутствуют номера, допущена неточность при формулировке результата в главе 4, доказательство равенства (2.158) может быть существенно упрощено.

Соискатель Фроленков Д.А. согласился с замечаниями, ответил на заданные ему в ходе заседания вопросы и привел собственную аргументацию.

На заседании 6 марта 2025 г. диссертационный совет принял решение: за разработку теоретических положений, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение, присудить Фроленкову Д.А. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 21 человека, из них 13 докторов наук по научной специальности 1.1.5 – математическая

логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, участвовавших в заседании, из 23 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за **21**, против **нет**.

Председатель диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН, профессор

Прохоров Юрий Геннадьевич

Ученый секретарь диссертационного совета
24.1.167.03
доктор физико-математических наук

Осипов Денис Васильевич

06 марта 2025 года