ОТЗЫВ

научного консультанта Быковского Виктора Алексеевича о диссертации Фроленкова Дмитрия Андреевича «Свертки обобщенных функций числа делителей в различных задачах теории чисел», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

В диссертации изучаются различные задачи, связанные со свертками функций числа делителей. Работы автора принадлежат к двум классическим направлениям в теории чисел. Одно из них – изучение статистических свойств длин конечных непрерывных дробей, а второе – исследование моментов L – функций автоморфных форм. Это актуальные области теории чисел, динамично развивающиеся в настоящее время и тесно связанные со многими другими разделами теоретической и прикладной математики.

Автор изучает классическую задачу об асимптотическом поведении среднего значения длин конечных непрерывных дробей и статистик Гаусса-Кузьмина рациональных чисел с фиксированными знаменателями. В диссертации получены принципиально новые оценки остатков в данных асимптотических формулах, что является первым улучшением результата Д. Портера (1975 г.). Доказательство базируется на новом методе, позволяющем свести задачу к аналогичной, но рассматриваемой на более коротком интервале, а также к изучению свертки для обобщенной функции числа делителей. Одной из особенностей метода является то, что в отличие от большинства задач теории чисел для сумм по коротким интервалам применяются не верхние оценки, а асимптотические формулы с нетривиальной оценкой остатка. Сведение задачи к аддитивной проблеме делителей позволило автору в полной мере применить имеющийся для ее решения аппарат аналитической теории чисел и получить новую равномерную по параметрам асимптотическую формулу для свертки обобщенной функции числа делителей.

К числу фундаментальных относятся задачи о порядке роста центральных значений L – функций и о пропорции их необнуляемости. Автором впервые получена оценка на пропорцию необнуляемости для случая примитивных параболических форм большого веса и уровня один. Кроме того, автором доказана новая оценка на пропорцию необнуляемости примитивных параболических форм большого уровня, равного степени

простого числа, обобщающая результат Иванца-Сарнака. С этой целью им были получены точные формулы, выражающие вторые моменты L – функций через свертки функций числа делителей с гипергеометрическими функциями в качестве весовых. Особо отмечу, что соискателю удалось доказать результат такого вида для форм веса два, что долгое время оставалось открытой задачей. На основе формулы для второго момента автором доказана новая формула для третьего момента L – функций модулярных форм Гекке, выражающая его через четвертый момент дзета-функции Римана с весовой функцией, равной обобщенной гипергеометрической функции. Как следствие получена новая оценка на рост центральных значений L – функций модулярных форм большого веса. Основной особенностью всех доказательств является применение передовых методов асимптотического анализа специальных функций. Автором доказаны принципиально новые, равномерные по параметрам асимптотические формулы как для обычных, так и для обобщенных гипергеометрических функций.

Все основные результаты диссертации опубликованы в ведущих российских и зарубежных математических журналах, а также представлены в форме докладов на различных семинарах и конференциях.

Соискатель показал себя высококвалифицированным, плодотворным специалистом в нескольких направлениях теории чисел и заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник Хабаровского отделения
Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Института прикладной математики ДВО РАН

Быковский Виктор Алексеевич

18.09.2024

Подпись В. А. Быковского заверяю,
ученый секретарь ФГБУН ХО ИПМ ДВО РАН, к.ф.-м.н.

Авдеева М. О.