ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.167.01 НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ПО ДИССЕРТАЦИИ
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК.

аттестационное дело № _____
решение диссертационного совета от 27.12.2023 № 15

О присуждении **Тюленеву Александру Ивановичу**, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация **«Характеризация следов пространств Соболева на нерегулярных подмножествах метрических пространств с мерой»** на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ принята к защите «22» сентября 2023 г., протокол № 12 диссертационным советом 24.1.167.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук (119991, г. Москва, ул. Губкина, д.8; приказ №561/НК от 03.06.2021). Соискатель Тюленев Александр Иванович, 1988 года рождения, в 2011 г. окончил магистратуру и в 2014 г. – аспирантуру Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)». Кандидатскую диссертацию "Граничные значения весовых пространств Соболева" Тюленев А.И. защитил в Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской академии наук в октябре 2014 г. С апреля 2015 г. Тюленев А.И. работает в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской академии наук, в настоящее время в должности старшего научного сотрудника отдела теории функций

Диссертация подготовлена в отделе теории функций Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук.

Официальные оппоненты:

Григорьян Александр Асатурович — доктор физико-математических наук, профессор, профессор математического факультета университета Билефельд (Германия) (специальность 01.01.02),

Коробков Михаил Вячеславович — доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Лаборатории геометрической теории управления Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (специальность 01.01.01),

Кротов Вениамин Григорьевич — доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета (специальность 01.01.01),

дали **положительные** отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук (г. Санкт-Петербург) в своем положительном заключении, утвержденном директором ПОМИ РАН, д.ф.-м., чл.-корр. РАН Всемирновым М.А., указала, что в диссертации Тюленева А.И. «Характеризация следов пространств Соболева на нерегулярных подмножества метрических пространств с мерой» получено решение нескольких важных и трудных задач о следах и продолжениях для пространств гладких функций, не поддававшихся анализу известными ранее методами. Таким образом, в диссертации развиты новые методы и получено существенное продвижение в решении давно стоящей проблемы точного описания следа на произвольном множестве для пространств Соболева первого порядка гладкости. Диссертация Тюленева А.И. удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1 — вещественный комплексный и функциональный анализ.

Соискатель имеет 20 научных работ, в том числе по теме диссертации - 11 опубликованных работ в рецензируемых научных изданиях, входящих в список ВАК. В двух совместных публикациях вклад соискателя ученой степени определяющий, в диссертацию вошли только результаты, полученные соискателем лично.

1. Тюленев А.И. О некоторых новых пространствах функций переменной гладкости // Матем.~сб. – 2015. – Т.~206. – №6. – С.~85–128.
2. Tyulenev A.I. Traces of weighted Sobolev spaces with Muckenhoupt weight. The case $\rho=1$ // Nonlinear Anal. – 2015. – Vol.~128. – P.~248–272.
3. Tyulenev A.I. Besov-type spaces of variable smoothness on rough domains // Nonlinear Anal. – 2016. – Vol.~145. – P.~176–198.
4. Tyulenev A.I. On various approaches to Besov-type spaces of variable smoothness // J. Math. Anal. Appl. – 2017. – Vol.~451. – №1. – P.~371–392.
5. Водопьянов С.К., Тюленев А.И. О проблеме Уитни для весовых пространств Соболева // Докл. РАН. – 2017. – Т.472. – №6. – С.~634–638.
6. Водопьянов С.К., Тюленев А.И. Пространства Соболева W^1_p на d-толстых замкнутых подмножествах $\mathbb{R}^n$ // Матем. сб. – 2020. – Т.~211. – №6. – С.~40–94.
7. Тюленев А.И. О почти точном описании следов пространств Соболева на компактах // Матем. заметки. – 2021. – Т.~110. – №6. – С.~948–953.
8. Tyulenev A.I. Restrictions of Sobolev $W^1_p(\mathbb{R}^2)$-spaces to planar rectifiable curves // Ann. Fenn. Math. – 2022. – Vol.~47. – №1. – P.~507–531.
9. Тюленев А.И. Некоторые свойства множеств типа пористости, связанные с d-обхватом по Хаусдорфу // Тр. МИАН. – 2022. – Т.~319. – С.~298–323.
10. Тюленев А.И. Следы пространств Соболева на нерегулярных подмножествах метрических пространств с мерой // Матем. сб.– 2023. – Т.~214. – №9. – С.~58–143.
11. Тюленев А.И. Следы пространств Соболева на кусочно регулярных по Альфорсу-Давиду множествах // Матем. заметки. – 2023. – Т.~114. – №3. – С.~404–434.

Других отзывов на диссертацию и автореферат не поступало.

Выбор официальных оппонентов обосновывается тем, что они являются компетентными, высококвалифицированными специалистами в области физико-математических наук, имеющими значимые публикации в геометрическом анализе и теории функциональных пространств.

Григорьян А.А. является признанным специалистом мирового уровня по анализу на римановых многообразиях и уравнениях в частных производных на них. Им получены выдающиеся результаты по оценкам ядра теплопроводности на римановых многообразиях (Grigor'yan A. Gaussian upper bounds for the heat kernel on arbitrary manifolds // J. Differential Geom. – 1997. – V. 45. – №1. – P. 33 – 52; Grigor'yan A., Hu J. Off-diagonal upper estimates for the heat kernel of the Dirichlet forms on metric spaces // Invent. Math. – 2008. – V. 174. – №1. – P. 81–126).

Коробков М.В. является признанным специалистом в области геометрического анализа (Korobkov M.V., Kristensen J. // The trace theorem, the Luzin N- and Morse—Sard properrties for the sharp case of Sobolev—Lorentz mappings // J. Geom. Anal. – 2018. – V. 28. – №3. – P. 2834 – 2856; Ferone A., Korobkov M.V., Roviello A. On the Luzin N-property and the uncertainty principle for Sobolev mappings // Anal. PDE. – 2019. – V. 12. – №5. – P. 1149–1175).

Кротов В.Г. является известным специалистом по анализу на метрических пространствах и теории функциональных пространств (Иванишко И.А., Кротов В.Г. Компактность вложений соболевского типа на метрических пространствах с мерой // Матем. заметки. –2009. – Т. 86. – №6. – 829–844; Кротов В.Г. Критерии компактности в пространствах L^p, $p \geq 0$ // Матем.сб. –2012. – Т. 203. – №7. – С. 129–148).

Выбор ведущей организации обосновывается тем, что она является известным центром физико-математических наук с богатой историей, проводит исследования по широкому перечню направлений, охватывающему как фундаментальную математику, так и ее приложения, имеет ведущих специалистов в области вещественного, комплексного и функционального анализа.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований разработаны новые идеи и методы, дающие решение задачи о следах пространств Соболева во всем диапазоне параметров интегрируемости для широкого класса множеств, существенно обобщающего класс регулярных по

Альфорсу—Давиду множеств. В частности, им построены новые линейные и нелинейные операторы продолжения, которые могут быть использованы для решения смежных задач в теории функциональных пространств. Результаты соискателя значительно усиливают все известные ранее результаты о следах пространств Соболева первого порядка на подмножествах метрических пространств с мерой.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

- Во всем диапазоне параметров интегрируемости получена характеризация следов пространств Соболева первого порядка на котолстых замкнутых подмножествах метрических пространств с мерой, характеризующихся регулярностью снизу соответствующего обхвата по Хаусдорфу. Котолстые множества являются естественным далеко идущим обобщением широко известных ранее регулярных по Альфорсу—Давиду множеств.

- Приведены конкретные примеры котолстых подмножеств метрических пространств с мерой, которые не являются регулярными по Альфорсу—Давиду. Показано, что в этих конкретных случаях возможно существенное упрощение абстрактного критерия на след, полученного в диссертации для общих котолстых множеств.

- Изучены свойства типа пористости котолстых подмножеств конечномерных евклидовых пространств.

- Для произвольного компактного подмножества конечномерного евклидова пространства получено почти точное внутреннее описание следа пространства Соболева первого порядка.

- Построены две новые шкалы пространств типа Бесова переменной гладкости. Найдены достаточные условия на диапазоны параметров, в которых эти две шкалы совпадают с точностью до эквивалентности соответствующих норм. Получены теоремы об эквивалентных нормировках таких пространств.

- В терминах построенных в диссертации пространств Бесова переменной гладкости получена характеризация следа на гиперплоскости для весового пространства Соболева с весом из локального класса Макенхаупта в случае предельного показателя интегрируемости $p=1$.

Личный вклад соискателя состоит в самостоятельном получении результатов диссертационного исследования, в их апробации на научных семинарах и международных конференциях, а также в подготовке публикаций по теме диссертации.

Соискатель Тюленев А.И. ответил на задаваемые ему в ходе заседания вопросы и привел собственную аргументацию.

На заседании 27 декабря 2023 г. диссертационный совет принял решение за разработку теоретических положений, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение, присудить Тюленеву А.И. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 15 человек, из них 8 докторов наук по научной специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, участвовавших в заседании, из 20 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за **15**, против **нет**.

Председатель диссертационного совета
24.1.167.01
доктор физико-математических наук, профессор

Сергеев Армен Глебович

Ученый секретарь диссертационного совета
24.1.167.01
доктор физико-математических наук, профессор

Ватутин Владимир Алексеевич

27 декабря 2023 года