«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по научной работе
и цифровому развитию ФГБОУ ВО
«СГУ имени Н.Г.Чернышевского»
профессор Короновский
Алексей Александрович

«30» июня 2023г.

ОТЗЫВ

ведущей организации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» на диссертацию Оганесян Кристины Артаковны «Оценки и неравенства для тригонометрических рядов с монотонными коэффициентами», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Актуальность темы исследования. В работе рассматриваются вопросы сходимости тригонометрических рядов с монотонными коэффициентами вида

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nx \tag{1}$$

и

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin f(k)x, \tag{2}$$

где $f(k)$–многочлен степени α с рациональными коэффициентами или $f(k) = k^{\alpha}$, $\alpha > 0$.

Задача изучения множества E_0 нулей суммы тригонометрического ряда (1) с монотонными коэффициентами, стремящимися к нулю, является классической. Еще в 1979г. П.Л.Ульянов поставил вопрос о «величине» такого множества как в терминах мощности, так и в терминах меры. Усилия-

ми В.Ф.Гапошкина, М.И.Дьяченко, и А.С.Белова было доказано, что мера множества нулей не превосходит $\frac{\pi}{2}$. Этот результат был получен в 1985 году, и возник естественный вопрос: можно ли постоянную $\frac{\pi}{2}$ уменьшить?

В 2018 году ответ на этот вопрос был получен в работе соискателя и приведен в теореме 1.1, в которой доказано , что мера множества нулей не превосходит $\frac{\pi}{3}$.

Второй круг задач, обсуждаемых в работе, связан с изучением равномерной сходимости рядов вида (2). При $\alpha = 1$, т.е. при $f(k) = k$, наиболее общий результат принадлежит С.Ю.Тихонову. При $\alpha = \frac{1}{2}$ и $\alpha = 2$ условие $c_k k \to 0$ является необходимым и достаточным для сходимости ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin k^{\alpha} \tag{3}$$

на отрезке $[0, \pi]$. Это результат S. Keska 2019 года. При произвольном многочлене $f(k)$ никаких результатов по-видимому нет. В диссертации восполнены эти пробелы. В частности, в теоремах 2.1 и 2.2 доказано, что при $0 < \alpha < 2$ ряд (3) сходится равномерно на любом ограниченном подмножестве множества действительных чисел, если $kc_k \to 0$. Для некоторых ограниченных множеств условие $kc_k \to 0$ является необходимым и достаточным, и такие множества указаны.

Наибольшую трудность представляет случай произвольного многочлена $f(k)$. В теореме 2.1 (пункт b) доказано, что если $\alpha-$ нечетное натуральное число, то условие $kc_k \to 0$ является достаточным для сходимости ряда (3) на действительной прямой. Для доказательства этого в диссертации пришлось оценивать суммы Вейля, что само по себе является непростой задачей.

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав и списка литературы. Во введении указана история вопроса, приведена постановка задачи и сформулированы основные результаты. В первой главе доказана теорема , что мера множества нулей ряда (1) не превосходит $\frac{\pi}{3}$. Этот результат является основным в первой главе. Рассмотрен также вопрос о мере множества, на котором сумма изучаемого ряда положительна. К.Оганесян удалось доказать, что мера этого множества не меньше, чем $\frac{\pi}{2} + 0.24$.

Во второй главе рассмотрена задача равномерной сходимости рядов (1), (2) и (3). Доказаны теоремы (2.1) и (2.2). В частности доказано, что условие $kc_k \to 0$ является необходимым и достаточным для равномерной сходимости ряда (3) на любом ограниченном множестве, содержащем проколотую окрестность нуля.

Общая оценка диссертационной работы. Диссертационная работа носит теоретический характер, выполнена на строгом научном уровне по актуальной теме. В диссертации решен ряд задач, которые долгое время не поддавались решению. Залогом успеха явилась несомненная высокая квалификация соискателя. Полученные результаты уже вызвали большой интерес специалистов, что следует из списка конференций и семинаров, в которых соискатель выступала с докладами. Много полезного в этой работе найдут не только специалисты по тригонометрическим рядам , но и специалисты по теории чисел. Полученные результаты могут быть использованы в ведущих университетах России при подготовке магистрантов и аспирантов. Содержание работы достаточно полно отражено в автореферате. По теме диссертации опубликовано 7 научных работ, включая 4 из списка ВАК, и 3 работы в тезисах конференций. Все работы без соавторов. Основные результаты диссертации докладывались на научных конференциях и семинарах различного уровня.

Текст диссертации тщательно выверен и практически не содержит ошибок и опечаток. Отметим некоторые недостатки в оформлении работы.
1) В диссертации не указано, в каких статьях получены основные теоремы 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2.
2) На стр. 42 вместо Глава 2.1. должно быть параграф 2.1.
3)В формулах (1.1) и (2.2) символом f обозначены функции, которые в работе имеют различный смысл.
4)На стр.6 вместо «длина суммы P» лучше было написать «длина P суммы».

Отмеченные недостатки не влияют на качество работы и не снижают общего благоприятного впечатления от диссертации.

Вывод. Таким образом, диссертационная работа Оганесян Кристины Артаковны «Оценки и неравенства для тригонометрических рядов с монотонными коэффициентами» является законченной научно-квалификационной работой, выполненной под руководством доктора физико-математических наук, профессора кафедры теории функций и функционального анализа механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» Дьяченко Михаила Ивановича, содержащей решения принципиальных задач сходимости тригонометрических рядов с монотонными коэффициентами и новые подходы к решению актуальной научной задачи представления функций сходящимися тригонометрическими рядами с монотонными коэффициентами, име-

ющей существенное научное значение для специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

На основании вышесказанного считаем, что рассматриваемая диссертация удовлетворяет требованиям пп. 9–11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор Оганесян Кристина Артаковна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, профессором кафедры математического анализа ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» Лукомским Сергеем Федоровичем. Отзыв одобрен и утвержден на заседании кафедры математического анализа (протокол №32 от 29 июня 2023 года).

И.о. заведующего кафедрой математического анализа
механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
доктор физико-математических наук

Павел Александрович Терехин

Почтовый адрес: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83
Электронная почта: rector@sgu.ru
Телефон ректора: +7(8452)26-16-96

Подпись П. А. Терехина удостоверяю
Ученый секретарь И.В. Федуенко
доцент
"30" 06 2023