ОТЗЫВ
научного руководителя
на диссертацию Оганесян Кристины Артаковны
"Оценки и неравенства для тригонометрических
рядов с монотонными коэффициентами"
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.1 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ

В диссертации изучаются различные свойства тригонометрических рядов с монотонными коэффициентами, а также с коэффициентами монотонного типа. В первой главе решается известная задача П.Л.Ульянова: как велико может быть множество нулей суммы синус-ряда с монотонными коэффициентами на отрезке $[0, \pi]$? Различные продвижения в решении этой задачи были получены в 70-х и 80-х годах прошлого века В.Ф.Гапошкиным, М.И.Дьяченко и А.С.Беловым, однако с тех пор новых существенных результатов не появлялось, пока К.А.Оганесян не удалось получить окончательное решение данной задачи. Данный результат является одним из основных в первой главе диссертации.

Теорема 1.1. Пусть

$$f(x) = \sum_{n=1} a_n \sin nx, \tag{1}$$

где $a_1 > 0$ и $a_n \downarrow 0$ при $n \to \infty$, а $M_f = \{x \in [0, \pi] : f(x) = 0\}$. Тогда $\mu(M_f) \leq \frac{\pi}{3}$.

Учитывая, что ранее А.С.Беловым был построен ряд вида (1) с $\mu(M_f) = \frac{\pi}{3}$, теорема 1.1. полностью решает проблему П.Л.Ульянова в терминах меры.

В этой же главе К.А.Оганесян установила два интересных функциональных неравенства для функций $f(x)$, задаваемых рядами типа (1), а также получила результаты о мере множества $P_f = \{x \in [0, \pi] : f(x) > 0\}$. В частности, ей доказано, что $\mu(P_f) \geq \frac{\pi}{2} + 0,24$. Разумеется, данная оценка не является окончательной, однако вызывает большой интерес и потребовала значительных усилий для доказательства.

Вторая глава диссертации посвящена вопросам равномерной сходи-

мости рядов вида

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin k^{\alpha} x, \tag{2}$$

где $\alpha > 0$ и $c_k \downarrow 0$ при $k \to \infty$.

Сходная проблематика (в основном, для $\alpha = 1$) изучалась, в частности, в работах Т.Чанди, А.Джолиффом, Л.Лейндлером, Г.И.Архиповым, К.И.Осколковым, С.Ю.Тихоновым, М.И.Дьяченко, А.Б.Мукановым.

Основным результатом автора в этом направлении является нижеследующий.

Теорема 2.1. Пусть неотрицательная последовательность $\{c_k\}_{k=1}^{\infty}$ не возрастает. Тогда

(a) Если α — четное натуральное число, то ряд (2) сходится в точке $\pi/2$ или в точке $2\pi/3$ только тогда, когда $\sum_{k=1}^{\infty} c_k < \infty$.

(b) Если α — нечетное натуральное число, то для равномерной сходимости ряда (2) на $\mathbf{R}$ достаточно, чтобы $c_k k \to 0$ при $k \to \infty$.

(c) Если $\alpha \in (0, 2)$, то для равномерной сходимости ряда (2) на любом ограниченном подмножестве $\mathbf{R}$ достаточно, чтобы $c_k k \to 0$ при $k \to \infty$.

В этой же главе К.А.Оганесян доказывает и ряд других интересных утверждений.

Таким образом, К.А.Оганесян удалось решить ряд важных и интересных задач гармонического анализа. Результаты данной диссертации могут найти применение в дальнейших исследованиях по действительному анализу. Они могут быть также использованы при чтении специальных курсов в МГУ и других университетах. Все основные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых журналах.

К.А.Оганесян пришлось преодолеть ряд существенных технических трудностей при доказательстве теорем из диссертации. На мой взгляд, она показала себя высококвалифицированным исследователем.

Считаю, что данная диссертация удовлетворяет "Положению ВАК о порядке присуждения ученых степеней", а ее автор, К.А.Оганесян, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

12.05.2023
Научный руководитель
доктор физико-математических наук
профессор М.И.Дьяченко

Подпись заверяю
Нач. отдела кадров: (Голубева Т.А.)