ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации Степана Львовича Кузнецова «Алгоритмические вопросы для субструктурных логик с итерацией Клини», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Содержание диссертации. Диссертация С. Л. Кузнецова посвящена изучению алгоритмической сложности логики действий **ACT**, т.е. эквациональной[1] теории решеток Клини с делениями и некоторых вариантов и фрагментов этой логики. Основные результаты излагаются в главах 2–6 диссертации. Кроме них, диссертация содержит компактное введение, главу 1, в которой собраны необходимые определения и предварительные сведения, заключение, в котором суммируются полученные результаты и формулируются четыре открытых вопроса, и список используемой литературы из 95 наименований. Публикации автора по теме диссертации в этом списке отдельно не выделены (в отличие от автореферата); также только в автореферате описана апробация работы.

Оценка проблематики и полученных результатов. Разрешимость эквациональных теорий – классическое направление на стыке алгебры и логики. В пионерских работах А. Тарского[2] и А. И. Мальцева[3] были указаны первые примеры алгебр с неразрешимой эквациональной теорией; несколько позже такие примеры были найдены среди всех «классических» алгебр – полугрупп, групп, (неассоциативных) колец, решеток. Дальнейшая разработка этой тематики обнаружила чрезвычайно интересные связи и приложения, а также привела к постановке многих важных конкретных вопросов. Одним

[1]Автор использует термин «инэквациональная теория», имея в виду, что атомарными формулами рассматриваемой теории являются неравенства между термами. В присутствии решеточного объединения $\vee$ и/или решеточного пересечения $\wedge$ неравенства можно заменять эквивалентными им равенствами, скажем, неравенство $p \leq q$ эквивалентно каждому из равенств $p \vee q = q$ и $p \wedge q = p$.

[2]Louise H. Chin and Alfred Tarski, Distributive and modular laws in the arithmetic of relation algebras. University of California Publications in Mathematics, New Series, vol. 1, no. 9 (1951), 341–384; Alfred Tarski, Some metalogical results concerning the calculus of relations. The Journal of Symbolic Logic, vol. 18 (1953), 188–189; Alfred Tarski and Steven Givant, A Formalization of Set Theory without Variables. Colloquium Publications, vol. 41. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island (1987).

[3]А. И. Мальцев, Тождественные соотношения на многообразиях квазигрупп, Математический сборник, т. 69, №1 (1966), 3–12.

из таких ключевых вопросов был как раз вопрос о разрешимости теории **ACT**, поставленный Д. Козеном еще в 1994 г. и остававшийся открытым до работ соискателя. Таким образом, актуальность проблематики диссертации не вызывает никаких сомнений.

Все основные результаты диссертации новы и содержательны, а многие из них являются принципиальными продвижениями. Разумеется, особо выделяется теорема 3.8 о Σ^0_1-полноте теории **ACT**, отвечающая на упомянутый выше вопрос Д. Козена; заслуживают отдельного упоминания и теоремы 2.2 и 2.14, в которых установлены соответственно Σ^0_1-полнота эквациональной теории всех коммутативных решёток Клини с делениями и Π^0_1-полнота инфинитарного расширения этой теории, класс интерпретаций которого ограничен условием $*$-непрерывности.

Я проверил доказательства и не обнаружил в них каких-либо неточностей или неясных мест. При этом многие доказательства потребовали от соискателя значительной изобретательности и использования разнообразных технических приемов. Так, для анализа алгоритмической сложности теорий коммутативных решеток Клини с делениями применяется кодирование трехсчетчиковых машин; в некоммутативном случае используется сведение от задачи тотальности для контекстно-свободных грамматик; в результатах главы 6 моделируются вычисления на машинах Тьюринга. Отмечу также эффективное применение эффективной неотделимости.

Оформление работы. Диссертация оформлена очень хорошо. Изложение обстоятельное, аккуратно организованное и основательно продуманное. Технически сложные доказательства, как правило, предваряются ясным обсуждением их схем на идейном уровне. Текст грамотен, а число опечаток и мелких огрехов очень мало для работы такого объема.

Замечания. Существенных недостатков в диссертации я не обнаружил. Сформулирую три «факультативных» замечания, которые соискатель может учесть, если в будущем он захочет использовать существующий текст или какую-либо его часть как основу монографии или обзорной статьи.

1. На мой взгляд, во введении стоило бы поместить рассматриваемые задачи в более широкий контекст, дав компактный обзор результатов по разрешимости эквациональных теорий других алгебраических структур.

2. В тексте такой величины были бы более чем уместны предметный указатель и указатель обозначений.

3. Мне представляется неудачным решение соискателя отказаться от нумерации определений. Дело в том, что когда в доказательстве говорится «по определению того-то имеем», читателю, который хотел бы взглянуть на это определение, затруднительно его найти (а предметного указателя, который мог бы тут помочь, увы, нет).

Перечислю замеченные опечатки и мелкие дефекты. Их немного, и все они вполне безобидны и не приводят каким-либо недопониманиям, но бросаются в глаза на фоне общего очень высокого качества текста как пятнышки на белоснежной скатерти.

• Кое-где в тексте проскакивают нестандартные сокращения: «т.н.» (с. 31, строка 15 сверху), «в т.ч.» (например, с. 60, строка 11 сверху, и в нескольких местах далее). Не вижу смысла в такого рода мелочной экономии, тем более, что в других случаях соответствующие слова пишутся полностью: «так называемых», «в том числе». (Мне не нравится и сокращение «т.к.», но оно, по крайней мере, используется в тексте последовательно.)

• С. 23, строка 11 сверху: «в связи РКД бинарных отношений» (пропущен предлог «с»)

• С. 93, строки 11–12 сверху: «креатвных»

• С. 111, строка 11 снизу: «восходит в работе Гайфмана [12]». Ошибочный предлог. Кроме того, статья трех авторов (Y. Bar-Hillel, C. Gaifman, E. Shamir. On the categorial and phrasestructure grammars) цитируется как работа одного из них. Этот дефект атрибуции повторяется при всех цитированиях статьи [12] в диссертации.

• С. 140, строка 15 сверху: «едини цы» (ненужный пробел)

• С. 150, строка 5 снизу: пропущен знак конца доказательства

• С. 257, строка 12 сверху: «варианта» (должно было быть «вариант»)

• С. 257, строка 2 снизу: Вместо «точных оценок сложности неизвестно» лучше было сказать «точных оценок сложности нет» или «точные оценки сложности неизвестны»

• С. 260, ссылка [24]: Название выделено курсивом, в то время как названия всех других книг набраны прямым шрифтом.

• С. 262, ссылка [43]: Вместо «Schlusselweise» должно было быть «Schlussweise»

• С. 262, ссылка [43]: Вместо «algemeinen» должно было быть «allgemeinen». Кроме того, в названии журнала «physikalischmedizinischen» пишется через дефис: «physikalisch-medizinischen».

Заключение. Диссертация С. Л. Кузнецова представляет собой законченную и цельную научно-исследовательскую работу. Соискателем проведен глубокий анализ алгоритмической сложности логики действий и некоторых важных вариантов и фрагментов этой логики. Совокупность доказанных в диссертации результатов можно квалифицировать как крупное научное достижение в актуальном направлении на стыке алгебры и математической логики. Результаты диссертации прошли солидную апробацию, в том числе на высококонкурентных международных конференциях, и должным образом опубликованы. Их достоверность не вызывает сомнений. Автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

Развитые в диссертации подходы могут быть использованы в дальнейших исследованиях, проводимых в Московском государственном университете, Высшей школе экономики, Санкт-Петербургском государственном университете, Казанском (Приволжском) и Уральском федеральных университетах и других научных центрах, в которых изучаются вопросы сложности эквациональных теорий.

Диссертация «Алгоритмические вопросы для субструктурных логик с итерацией Клини» соответствует профилю специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика и требованиям, изложенным в Положении о присуждении ученых степеней, утвержденном Постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 г, а ее автор Степан Львович Кузнецов заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

25.02.2024

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук (специальность 01.01.06
«Математическая логика, алгебра и теория чисел»), профессор,
главный научный сотрудник лаборатории комбинаторной алгебры,
заведующий кафедрой алгебры и фундаментальной информатики
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»
620002, Екатеринбург, ул. Мира, д. 19
+7 (343) 375-45-07, http://urfu.ru, rector@urfu.ru

Волков Михаил Владимирович
m.v.volkov@urfu.ru, +7 (343) 389-94-68

Подпись Волкова М.В.
Заверяю: вед. документовед
С.Н. Жукова