Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем
передачи информации
им. А.А. Харкевича
Российской академии наук

ИППИ РАН

Большой Каретный пер., д. 19, стр. 1, Москва, 127051
ОКПО: 02699464 ОГРН: 1037700064940
ИНН/КПП: 7707020131/770701001
тел.: (495) 650-42-25 | факс: (495) 650-05-79 | director@iitp.ru

22.02. 2024 г. №11615-6525/517

На № _____ от _____

«УТВЕРЖДАЮ»

и.о. директора Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН)

Чл.-корр. РАН

_____М.В. Федоров

ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации С.Л. Кузнецова "Алгоритмические вопросы для субструктурных логик с итерацией Клини", представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Диссертация представляет собой всестороннее и глубокое исследование пропозициональных логических систем, связанных с формальными языками и алгебрами бинарных отношений. С синтаксической точки зрения, они являются субструктурными логиками с итерацией Клини. С алгебраической точки зрения, они описывают упорядоченные алгебраические структуры с делением и итерацией Клини.

Актуальность темы диссертации обоснована, с одной стороны, классическими задачами алгебры: об упорядоченных структурах с делением

(1920-30 гг.), об алгебрах Клини (1950-е гг.). С другой стороны, логики рассматриваемого типа широко используются в современной математической лингвистике, начиная с работ Ламбека (1950-60 гг.). Большое число работ последних лет (с начала 21 в.) было посвящено субструктурным логикам различных видов в алгебраических, логических и лингвистических аспектах.

Отправной точкой данного исследования служит хорошо известное исчисление Ламбека; к нему добавляются дополнительные связки: дизъюнкция, конъюнкция, логические константы 0,1 и модальность $*$. Сочетания этих связок порождают разнообразные логические системы, которые до сих пор были изучены лишь частично. Центральная проблема, решенная автором диссертации (глава 3) — об алгоритмических свойствах логики **ACT** Пратта — Козена (1991, 1994), описывающей многообразие решеток Клини с делениями. А именно, установлена $\sum_1^0$ -полнота **ACT**, и следовательно, ее неразрешимость.

Значительная часть работы посвящена инфинитарному исчислению Пальки (2007) $\mathbf{ACT}_\omega$ и его вариантам. Установлено явно, что оно сильнее, чем **ACT**. Доказана Π_1^0 -трудность фрагмента $\mathbf{ACT}_\omega$ с итерированными делениями (и следовательно, Π_1^0 -трудность исчисления Ламбека с итерацией, задаваемой ω-правилом), а также Π_1^1 -трудность расширения $\mathbf{ACT}_\omega$ субэкспоненциальной модальностью (глава 6).

Для коммутативных вариантов исчислений **ACT** и $\mathbf{ACT}_\omega$ также установлена неразрешимость (соответственно, $\sum_1^0$ -полнота и Π_1^0 -полнота); эти результаты доказываются в главе 2.

В главе 5 исследуются различные фрагменты $\mathbf{ACT}_\omega$ и также доказывается их неразрешимость.

Проблемы семантической полноты субструктурных логик рассматриваются в главе 4. В частности, установлена слабая полнота относительно моделей в алгебрах бинарных отношений (R-моделей) для фрагмента $\mathbf{ACT}_\omega$ без связки $\vee$; с другой стороны, построен фрагмент этого исчисления со свойством сильной полноты. Также получены новые доказательства некоторых результатов о полноте других авторов.

В диссертации использованы технические методы из различных разделов математики: структурной теории доказательств, математической лингвистики, теории рекурсии, теории полугрупп, теории решеток. При этом используются нетривиальные конструкции кодирования, сводящие проблемы из одной области к проблемам из другой области.

Стиль изложения работы точный и ясный. Нетривиальные доказательства записаны так, что понятны их основные идеи. Текст проверен и аккуратно оформлен.

Небольшое замечание: в автореферате при перечислении основных результатов (стр. 6) теории, которые по существу являются эквациональными, названы инэквациональными (что верно, но в данном контексте излишне).

Работа носит теоретический характер. Результаты о неразрешимости различных систем носят отрицательный характер, но также показывают их универсальность для моделирования вычислительных процессов. В то же время работа открывает перспективы дальнейших исследований в данной области, в том числе для поиска эффективно разрешимых субструктурных исчислений, доказательств их семантической полноты и исследования алгоритмической сложности.

Значимость диссертации С.Л. Кузнецова для науки состоит в решении важной проблемы, долго остававшейся открытой, об алгоритмической неразрешимости эквациональной теории алгебр Клини с делениями, а также смежных результатов о сложности и полноте субструктурных логик с итерацией Клини. Такие системы могут найти применение в задачах верификации вычислительных систем, в том числе работающих в непрерывном цикле.

Подводя итог, можно сказать, что диссертация написана на остро актуальную тему. В ней решен рад важных и трудных задач об алгоритмических и семантических свойствах субструктурных логических систем, ранее не поддававшихся анализу. Все результаты снабжены строгими математичеслими доказательствами, их достоверность и обоснованность несомненны. С результатами диссертации полезно ознакомить ученых, работающих в Московском, Санкт-Петербургском и Тверском государственных университетах, Институте математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения РАН, Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, ИППИ РАН и других университетах и научных институтах. Целесообразно продолжить исследования, представленные в диссертации, в названных учреждениях.

Диссертация С.Л. Кузнецова удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании семинара лаборатории алгебры и теории чисел ИППИ РАН 16 февраля 2024 г. (протокол N11).

Старший научный сотрудник
лаборатории алгебры и теории чисел
кандидат физико-математических наук



А.В. Кудинов

Главный научный сотрудник
лаборатории алгебры и теории чисел
доктор физико-математических наук



В.Б. Шехтман