PhD Program in Computer Science

365 Fifth Avenue, Room 4319
New York, NY 10016-4309
212.817.8190
212.817.1510 fax
www.gc.cuny.edu
www.cs.gc.cuny.edu

THE GRADUATE CENTER
CITY UNIVERSITY OF NEW YORK

20 февраля 2024 года.

Отзыв официального оппонента на диссертацию Степана Львовича Кузнецова "Алгоритмические вопросы для субструктурных логик с итерацией Клини" на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Диссертационная работа С.Л. Кузнецова посвящена исследованиям в относительно новой области математики, которая может быть названа "Алгебра и логика действий", и которая была создана за последние десятилетия и сейчас переживает период бурного развития. Эта область исторически сложилась как конгломерат традиционных алгебраических объектов (полугруппа, решёток и других подобных структур), моделей вычислений и частичных порядков, соответствующих процессам вычислений, формальных языков и их аксиоматических описаний (теорий), математического анализа естественных языков, структурной теории доказательств, и других логических методов.

Ключевым моментом в развитии области оказалась связь с теорией сложности и с приложениями в информатике, лингвистике и др. Математические структуры алгебры и логики действий возникали в разных областях, и впоследствии были сведены в единые, хорошо обоснованные математические системы. Классическим примером такого сведения является теория формальных языков, которая была предложена Хомским на основе теоретико-вычислительного подхода, известного под названием грамматик Хомского, и теоретико-доказуемостные грамматики Ламбека. Вопрос о соотношении этих подходов оказался хорошо сформулированной, но весьма трудной математической задачей, которая не поддавалась решению в течении многих лет. Решение было найдено в 1993 году тогда ещё аспирантом мехмата МГУ Мати Пентусом, доказавшим эквивалентность этих подходов. Ныне Пентус является профессором МГУ и был научным руководителем кандидатской работы С.Л. Кузнецова. Подобные открытия и сформировали ядро тесно взаимосвязанных алгебраических и логических систем в этой области.

В центре внимания диссертанта находится теория решёток Клини с делениями, которая называется **ACT**. Это одна из основных логических систем в данной области, которая вобрала в себя более мелкие системы, имевшие свою независимую мотивацию. Классу *-непрерывных решёток Клини с делениями соответствует инфинитарная логика действий **ACTω**.

В 1994 году Декстер Козен, Корнельский Университет, поставил вопрос о разрешимости и алгоритмической сложности логики **ACT**. Несмотря на большой интерес к этой проблеме, вопрос стоял открытым в течение всех этих лет и был решен только сейчас в работах С.Л. Кузнецова. Диссертантом доказана неразрешимость и, точнее, Σ_1-полнота логики **ACT** (теорема 3.8). В диссертации решен также ряд вопросов, касающихся логики **ACTω**.

Как это обычно бывает с первоклассными математическими результатами, разработанные для их получения методы позволили ответить и на целый ряд других очень интересных вопросов и значительно продвинули вперёд всю область. Среди этих продвижений можно выделить решение проблемы поставленной в 2007 году Войцехом Бушковским, Познанский Университет. Теорема 5.21 диссертации гласит, что фрагмент **ACTω** без аддитивных операций всё ещё является П^0_1-трудным. Более того, П^0_1-трудным является ещё более узкий фрагмент, в котором оставлены только две операции деления и, вместо итерации, итерированные деления (теорема 5.32).

Несколько слов о технической стороне работы. Как мы уже отмечали, данная алгебра и логика действий включает в себя большое число математических структур, которые естественно возникали из конкретных задач в самых разных областях. Такое разнообразие точек происхождения приводит к большому количеству осмысленных и математически интересных вариантов и фрагментов основных систем **ACT** и **ACTω**. Алгоритмическое и сложностное поведение этих структур весьма чувствительно к сигнатуре, т.е. к набору их атомарных операций. Практически, каждое новое продвижение в решении открытых вопросов требует глубокого и всестороннего понимания изучаемых структур, изобретения всё более сложных комбинаций методов. Автор диссертационной работы С.Л. Кузнецов в совершенстве владеет этим искусством.

В области алгебры и логики действий, С.Л. Кузнецов является лидером в России и одним из самых интересных и признанных исследователей в мире, принимающим на себя ответственность за её развитие.

В целом настоящая диссертация представляет собой глубокое и всестороннее исследование актуальной темы: алгебр и логик действий. Диссертация является самостоятельно выполненной научной работой, в которой решены фундаментальные научные задачи, некоторые из которых ждали своего решения многие годы. Для их решения автор предложил новые идеи и методы, которые безусловно найдут дальнейшее применение и развитие в этой и смежных областях алгебры, логики и теории сложности.

Основные результаты диссертации полностью изложены в 12 статьях, опубликованных автором по теме диссертации в ведущих российских и международных научных изданиях, входящих в список ВАК и индексируемых в основных международных базах данных. Текст автореферата полно отражает содержание диссертации.

По мнению оппонента, данная диссертация Степана Львовича Кузнецова "Алгоритмические вопросы для субструктурных логик с итерацией Клини" является выдающейся и высоко профессиональной математической работой. Эта работа удовлетворяет всем требованиям действующего Положения о присуждении ученых степеней предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, а её автор Степан Львович Кузнецов заслуживает присуждения искомой степени.

Официальный оппонент:

Сергей Николаевич Артемов

доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.06. - математическая логика, алгебра и теория чисел.
Заслуженный профессор факультетов информатики и математики
Центра аспирантуры Городского Университета Нью-Йорка.
Адрес: США, г. Нью-Йорк, Пятая Авеню 365,
тел. +1-212-817-8190

Sergei N. Artemov,
Distinguished Professor
Graduate Center of the City University of New York
Ph.D. Programs in Computer Science and in Mathematics,
365 Fifth Avenue, New York, NY 10016, U.S.A.
Email: sartemov@gc.cuny.edu

Подпись С.Н. Артемова заверяю.

Office of the Registrar
The Graduate School and University Center
of the City University of New York
365 Fifth Avenue, New York, N.Y. 10016