ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации А. А. Фарвазовой
«Математические задачи максимизации полезности»,

представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.4 — теория вероятностей
и математическая статистика

В диссертации А. А. Фарвазовой исследуются задачи двойственного описания оптимальной робастной полезности в задаче оптимального инвестирования. Такого рода задачи находятся на стыке стохастического анализа, функционального анализа и теории экстремальных задач. Задача оптимального инвестирования возникла уже давно в работах классиков финансовой математики (Р. Мертона, П. Самуэльсона и др.) и решалась с применением методов теории оптимизации и экстремальных задач (динамического программирования и двойственных методов выпуклого анализа). В последнее время исследования в этой области особо активизировались, как с теоретической точки зрения, так и с практической. Появляются новые постановки задач, и их изучением занимаются во многих научных центрах мира. Среди известных специалистов этой области следует упомянуть В. Шахермайера и С. Биаджини. Успешно продолжает развиваться это направление и в нашей стране. На лидирующих позициях находится школа А. Н. Ширяева, яркими представителями которой, непосредственно связанных с тематикой диссертации, являются А. А. Гущин и Д. О. Крамков.

Задача максимизации робастной полезности в абстрактной постановке выглядит следующим образом

$$\inf_{Q\in\mathscr{Q}} \mathsf{E}_Q U(\xi) \rightsquigarrow \sup_{\xi\in\mathscr{A}},$$

где U — функция полезности экономического агента, $\mathscr{Q}$ — семейство мер на измеримом пространстве $(\Omega, \mathscr{F})$, $\mathscr{A}$ — множество терминальных капиталов.

Целью исследования в диссертации являются постановка и вывод двойственной задачи для задачи максимизации робастной полезности со случайным вкладом в терминальный момент времени и с функцией полезности, конечной на полупрямой; установление необходимых и достаточных условий, чтобы определить двойственную задачу для задачи максимизации робастной полезности со штрафной функцией и с функцией полезности, конечной на полупрямой, в

терминах супермартингальных плотностей; изучение вопроса связи производных классов функций Юнга, которые сопряжены в смысле Фенхеля одна к другой.

Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, а также списка литературы. Во введении дан краткий исторический обзор по теме работы и сформулированы основные ее результаты.

В главе 1 изучается свойство преобразования Фенхеля касательно функций Юнга, которые, в свою очередь, играют важную идейную роль в постановке задачи максимизации и двойственной к ней.

В главе 2 исследуется двойственная характеризация задачи максимизации ожидаемой полезности со случайным вкладом в терминальный момент времени.

В главе 3 также рассматривается двойственное описание оптимального значения робастной полезности, но уже со штрафной функцией. Основной результат третьей части затрагивает вопрос о переходе в определении двойственной задачи от поляры множества терминальных капиталов к более узкому множеству предельных значений супермартингальных плотностей.

В заключении резюмируются полученные результаты и приводятся возможные продолжения проведенных исследований.

Все результаты диссертации являются новыми. Основные из них состоят в следующем:

- *доказано, что производные классов функций Юнга, которые сопряжены одна к другой в смысле Фенхеля, взаимно обратные в обобщенном смысле;*

- *доказана теорема о соотношении между исходной и двойственной задачей для задачи максимизации робастной полезности со случайным вкладом в терминальный момент времени и с функцией полезности, конечной на полупрямой;*

- *доказан критерий для сужения поляры множества терминальных капиталов в определении двойственной задачи для задачи максимизации робастной полезности, до выпуклого подмножества терминальных значений всех супермартингальных плотностей.*

В качестве критических замечаний, не влияющих, правда, на общую высокую положительную оценку работы, скажу, что в тексте диссертации встречаются опечатки, пунктуационные и стилистические ошибки. Например, автор пишет «действует норма полной вариации», хотя слово «действует» в этом контексте не подходит. Не

очень аккуратно сделана верстка в системе LaTeX и у читателя сразу возникает предположение, что, видимо, автор просто перепутал слова в input-файле.

По теме диссертации автором опубликовано 3 статьи единолично — все в журналах ВАК. Результаты диссертационной работы получены автором самостоятельно, снабжены исчерпывающими доказательствами и являются математически достоверными. Автореферат полно и правильно отражает основные положения диссертации.

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации, а также методы, используемые в ней, могут быть полезны специалистам по теории вероятностей, финансовой математике, функциональному анализу и могут найти применение в исследованиях, проводимых в Математическом институте имени В. А. Стеклова Российской академии наук, Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Центральном экономико-математическом институте Российской академии наук, Южном федеральном университете и Высшей школе экономики.

На основании вышесказанного можно заключить, что работа выполнена на высоком математическом уровне, в ней решены актуальные задачи теории вероятностей и математической статистики, применительно к финансовой математике. Диссертация представляет собой законченное научное исследование, в которой получены фундаментальные результаты.

Диссертация А. А. Фарвазовой «Математические задачи максимизации полезности» соответствует всем требованиям ВАК о присуждении ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 — теория вероятностей и математическая статистика.

Доктор физико-математических наук,
профессор Колесников Александр Викторович
(специальность — 01.01.05.)
(тел. +7 916 463 37 27, e-mail: sascha77@mail.ru)

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», факультет математики
(119048, г. Москва, ул. Усачёва, д. 6)

11 декабря 2023 г.

Специалист по
Кадровому делопроизводству
Управления персонала
Дашканова Е. С.

11. 12. 2023

Подпись заверяю