ОТЗЫВ
официального оппонента о диссертации
Косова Егора Дмитриевича
“Модули непрерывности и дробная регулярность плотностей распределений”,

представленной на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук по специальностям
1.1.1.– вещественный, комплексный и функциональный анализ
и 1.1.4. – теория вероятностей и математическая статистика

Работа Е.Д. Косова посвящена изучению регулярности распределений случайных величин и случайных векторов, являющихся гладкими функционалами от траекторий случайных процессов. Тематика диссертации лежит на стыке теории вероятности и функционального анализа, так что защита по двум этим математическим специальностям безусловно оправдана. Вопросы о регулярности распределений изучаются достаточно давно. Здесь следует отметить подходы, основанные на специально разработанных видах дифференциального исчисления (П. Маллявэн, Н.В. Смородина), а также более элементарные, но и более простые в использовании разновидности метода расслоений (Ю.А. Давыдов, М.А. Лифшиц). Особенностью данной работы является изучение производных *дробных* порядков плотностей распределения исследуемых функционалов. Большое внимание в работе уделено полиномиальным образам мер.

В первой главе диссертации определяются два новых модуля L_p-непрерывности функций, более удобных для целей данного исследования, и исследуются их эквивалентность классическому модулю L_p непрерывности, основанному на сдвигах функций. В частности, новые модули непрерывности применяются для получения нового описания пространств Никольского — Бесова.

Вторая глава посвящена определению и изучению модулей непрерывности и классов дробной регулярности на локально выпуклом пространстве с гауссовской мерой. Новые модули определяются по аналогии с модулями, определёнными в первой главе, причём следует отметить, что классическое определение модуля L_p-непрерывности на изучаемую ситуацию перенести нельзя. Очень интересным результатом представляется нахождение связи введённых объектов с интерполяционными функционалами. Как и в первой главе, во второй главе даётся новое описание пространств Бесова, но теперь относительно гауссовской меры.

В третьей главе диссертации рассматривается широкий класс мер на евклидовом пространстве и с помощью новых модулей непрерывности по аналогии с методом Маллявэна исследуется *дробная* регулярность образов этих мер при отображениях.
В качестве иллюстрации предлагаемого метода показана принадлежность пространствам Никольского – Бесова образов мер с плотностями ограниченной вариации под действием многочленов.

В четвертой главе исследуются свойства регулярности образов гауссовской меры под действием отображений с компонентами из определённых пространств Соболева. Кроме того, изучается связь различных видов сходимости на пространстве таких распределений. Также устанавливаются оценки расстояния по вариации между распределениями гауссовских мер под действием отображений с соболевскими компонентами через расстояние Канторовича – Рубинштейна между такими распределениями. Это очень интересный результат. Единственное замечание – несколько неудачной представляется идея обозначать расстояния между образами меры как расстояния между отображениями. В качестве следствия показана принадлежность пространствам Никольского – Бесова плотностей распределений образов гауссовских мер под действием отображений с полиномиальными компонентами, а также доказаны верхние оценки расстояния по вариации между такими распределениями.

В пятой главе изучаются свойства одномерных образов логарифмически вогнутых мер под действием многочленов. В частности, показано, что невырожденный многочлен степени не выше d имеет плотность распределения из класса Никольского с показателем дробной регулярности 1/d. Получено также неравенство типа Давыдова – Мартыновой, уточняющее известные результаты, в том числе и в гауссовском случае.

В шестой главе рассмотрены свойства образов мер для некоторых специальных классов отображений, в том числе, полиномов от независимых стандартных нормальных величин и для строго выпуклых функций. Последний тип результатов затем применяется для исследования регулярности распределений максимумов из квадратичных форм и многочленов второй степени.

Таким образом, автор продемонстрировал отличное владение разнообразной математической техникой, относящейся как к теории вероятностей, так и к анализу. Ему удалось решить ряд новых трудных задач, а предложенные в диссертации методы безусловно найдут и другие интересные приложения помимо упомянутых в диссертации.

Тема диссертации является актуальной. Как полученные результаты, так и ведущие к ним методы исследования являются новыми и вполне оригинальными. Выводы, сформулированные в работе, являются достоверными.

Диссертация Е.Д. Косова является масштабной, цельной и вполне завершённой научной работой, какой и должна быть докторская диссертация. К качеству оформления также не возникает претензий. Следует особо отметить хороший баланс общих результатов, имеющих фундаментальный характер, с их конкретными применениями, а также внимание автора к истории вопроса и сопоставлению полученных им новых результатов с ранее известными.

Превосходно написанный автореферат полностью соответствует диссертации как по содержанию, так и по основным выводам.

Результаты диссертации достаточно полно изложены в 12 работах, опубликованных в ведущих журналах, как в России, так и за рубежом, и доложены на представительных семинарах и конференциях.

Диссертация удовлетворяет всем требованиям и критериям п.9 Положения о присуждении учёных степеней, утверждённого постановлением Правительства РФ от

24.09.2013 г. № 842, так как является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в теории вероятностей и функциональном анализе.

На основании изложенного считаю, что диссертационная работа «Модули непрерывности и дробная регулярность плотностей распределений» удовлетворяет всем необходимым требованиям, а её автор, Косов Егор Дмитриевич, заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальностям 1.1.1.– вещественный, комплексный и функциональный анализ и 1.1.4. – теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент М.А.Лифшиц

Лифшиц Михаил Анатольевич,
доктор физико-математических наук (специальность 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика), профессор факультета математики и компьютерных наук Санкт-Петербургского государственного университета.
E-mail: mikhail@lifshits.org, тел. +7 903 095 98 10

10 декабря 2022 г.

Подпись М.А.Лифшица заверяю

М.А. Лифшица

/ А.Д. Смородинцева /
15 декабря 22