Отзыв официального оппонента
на диссертационную работу
Бурушевой Лейлы Шариповны
"Метрические свойства кратчайших сетей в банаховых пространствах",
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.1 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация Л.Ш. Бурушевой в основном посвящена понятию минимальных сетей и минимальных заполнений в банаховых пространствах.

Теория кратчайших сетей составляет обширную область метрической геометрии. Теорией кратчайших сетей интересовался Гаусс: в письме к Шумахеру он задал вопрос о том, как построить кратчайшую систему дорог, соединяющих четыре города. Общая задача о поиске кратчайшей сети (то есть связного графа минимальной длины), соединяющей заданное конечное множество точек плоскости, была поставлена Ярником и Кесслером в 1934 году. Сейчас теория экстремальных сетей в метрических пространствах развивается в нашей стране благодаря исследованиям, в основном, А.О. Иванова, А.А. Тужилина и их учеников.

Новое направление в развитии теории кратчайших сетей появилось благодаря введённому А.О. Ивановым и А.А. Тужилиным понятием минимального заполнения. В отличие от кратчайших сетей, минимальные заполнения всегда существуют. Суботношение Штейнера объединяет понятия минимальной сети и минимального заполнения и показывает близость минимального заполнения и минимальной сети для заданного метрического пространства.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, списка литературы и списка публикаций по теме диссертации. Объём диссертации 64 страницы, список литературы содержит 64 наименования, результаты диссертации опубликованы в 3 работах в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК.

Во введении даётся исторический обзор исследуемых проблем, вводятся основные понятия и приводятся основные результаты диссертационной работы.

В первой главе охарактеризованы банаховы пространства, в которых длина кратчайшей сети, соединяющей конечное множество точек, зависит только от попарных расстояний между этими точками. Этот признак объединяет два класса пространств, а именно, гильбертовы пространства и предуальные к L_1 пространства. В конечномерном случае искомые пространства изоморфны либо l_∞^n, либо евклидову l_2^n.

Во второй главе, развивая исследования А.О. Иванова и А.А. Тужилина, диссертант исследует суботношение Штейнера — инфимум отношения длины минимального заполнения к длине кратчайшей сети — в банаховых пространствах, а также n-точечное суботношение Штейнера, введённое А.С. Пахомовой. Построено бесконечномерное банахово пространство с суботношением Штейнера, равным $1/2$ — минимально возможным суботношением Штейнера. Также для каждого n построено конечномерное пространство, в котором достигается минимум n-точечного суботношения Штейнера, равный $n/(2n-2)$.

В третьей главе построено такое трёхмерное пространство, что оператор метрического проектирования в нём на любую прямую не является липшицевым. История вопроса, решённого в этой главе, восходит к задаче, поставленной С.Б. Стечкиным. При этом исследуются чебышёвские множества, которые имеют связь с кратчайшими сетями через точки Штейнера.

Результаты диссертационной работы являются новыми и носят теоретический характер. Результаты докладывались и обсуждались на математических конференциях и научных семинарах. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Все результаты аккуратно и строго доказаны. В тексте диссертации опечаток не обнаружено. Стоит

отметить, что на странице 18 лемма А относится к работе [27], где доказано более общее утверждение: вместо линейного пространства рассматривается выпуклое множество, вместо суммы расстояний минимизируется сумма расстояний с неотрицательными весами; а лемма А всего лишь является обобщением хорошо известного критерия элемента наилучшего приближения. Несомненно это не влияет на достоверность результатов и не снижает научной ценности диссертационной работы.

Научная новизна и достоверность полученных результатов позволяют считать, что диссертационная работа Бурушевой Лейлы Шариповны полностью соответствует требованиям пункта 9 "Положения о присуждении ученых степеней", утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013г №842 (с изменениями в редакции постановлений Правительства Российской Федерации от 21.04.2016 №335, от 02.08.2019 г. №748), предъявляемых к кандидатским диссертациям, а диссертант заслуживает присуждения искомой ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 — "вещественный, комплексный и функциональный анализ".

Беднов Борислав Борисович,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, механики и математического моделирования ФГАОУ ВО "Первый Московский государственный медицинский университет имени И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации" (Сеченовский Университет),
119991, Москва, ул. Трубецкая, д.8, стр. 2

специальность 01.01.01
тел: 8 (916) 728-31-17
e-mail: bednov_b_b@staff.sechenov.ru

01 сентября 2022 г.