СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ | SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет»

660041, Красноярский край,
г. Красноярск, проспект Свободный, д. 79
телефон: (391) 244-82-13, тел./факс: (391) 244-86-25
http://www.sfu-kras.ru, e-mail: office@sfu-kras.ru

ОКПО 02067876; ОГРН 1022402137460;
ИНН/КПП 2463011853/246301001

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе

ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»

Денис Сергеевич Гуц

«20» октября 2021 г.

_____ № _____

на № _____ от _____

ОТЗЫВ

ведущей организации - федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский федеральный университет» на диссертацию Степановой Марины Александровны « Голоморфно невырожденные CR-многообразия и их автоморфизмы» представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы

Одним из центральных объектов исследования в многомерном комплексном анализе являются CR-многообразия. В данной диссертации главными объектами исследования являются вложенные CR-многообразия, полиномиальные модельные поверхности и автоморфизмы. В теории обыкновенных дифференциальных уравнений существует естественное соответствие между системой дифференциальных уравнений, интегральными многообразиями которой являются поверхности Сегре и CR-многообразием.

Исследования вещественных подмногообразий комплексного пространства начались с работы Пуанкаре (1907 г.). В ней уже обнаружились эффекты, возникающие в многомерной ситуации. Трехмерная сфера здесь является модельной поверхностью для голоморфных автоморфизмов aut M_p.

Затем Черн и Мозер (1974) изучили Леви-невырожденные гиперповерхности произвольной CR-размерности. Модельными поверхностями здесь были гиперквадрики. Как оказалось, свойства поверхностей со

знакоопределенной формой Леви существенно отличаются от свойств поверхностей, формы Леви которых не являются знакоопределенными (В.И.Пинчук (1977), В.К.Белошапка (1982)). После работы Черна и Мозера многие математики занимались этими вопросами (Ч.Фефферман, Бернс, Шнайдер, Уэллс, В.К.Белошапка, С.И.Пинчук, А.В.Лобода, Н.Г.Кружилин и др.). В работах В.К.Белошапки подход Пуанкаре оформился в метод модельной поверхности (2004). Далее он был обобщен на бесконечномерные гильбертовы пространства (2012). В малых размерностях голоморфно однородные многообразия изучены очень подробно (Э.Картан, Фелс, Кауп, А.В.Лобода, В.К.Белошапка, И.Г.Коссовский). Так что актуальность темы диссертации очевидна.

Цели и задачи диссертации

Получить теорему Блума-Грэма для ростков вещественно аналитических многообразий бесконечного типа.

Найти полный критерий конечномерности алгебр Ли.

Охарактеризовать аналитическую структуру множеств фиксированного типа по Блуму-Грэму.

Выявить отличия вполне невырожденных поверхностей в гильбертовом пространстве от конечномерных аналогов.

Показать, что модельные поверхности голоморфных однородных многообразий также голоморфно однородны.

Работа разделена на 4 главы. В главе 1 рассматриваются многообразия бесконечного типа по Блуму-Грэму. Одним из оснований метода модельной поверхности является теорема Блума-Грэма, доказывающая эквивалентность аналитического и геометрического определения конечного типа поверхности. Дальнейшее развитие теории привело к рассмотрению многообразия бесконечного типа. Поэтому в этой главе доказывается аналог теоремы Блума-Грэма (теоремы 2 и 5).

Вторая глава посвящена голоморфно однородным многообразиям. Вопросы данной главы связаны с введением нового класса невырожденных многообразий и распространением на этот класс метода модельной поверхности.

Один из вопросов здесь: верно ли, что для ростка голоморфно однородной поверхности его модельная поверхность однородна (теорема 2

главы 2). Второй вопрос: какие типы таких многообразий могут быть реализованы? В этой главе показано, что они не могут быть произвольными и приводятся оценки (теорема 3).

Третья глава посвящена бесконечномерным CR-многообразиям. CR-подмногообразия комплексного гильбертова пространства и конечномерные комплексные пространства сильно отличаются друг от друга. О сходстве и различии таких пространств речь идет в этой главе.

В четвертой главе рассматриваются взвешенно однородные полиномиальные модельные поверхности. Их основное применение связано с изучением автоморфизмов ростков CR-многообразий. При этом подход с помощью весов различают координаты комплексной касательной и трансверсальные направления. Приводится обобщение типа по Блуму-Грэму – взвешенный тип (теорема 2 главы 4).

Таким образом, научные результаты диссертации состоят в следующем:

дано уточнение теоремы Блума-Грэма для ростков вещественно аналитических многообразий бесконечного типа,

построена более тонкая голоморфно инвариантная характеристика ростка многообразия (стратифицированный тип),

получен критерий конечномерности алгебры Ли инфинитезимальных автоморфизмов,

показано, что все вполне невырожденные поверхности в комплексном гильбертовом пространстве формально эквивалентны,

показано, что модельные поверхности голоморфно однородных CR-многообразий также голоморфно однородны.

Результаты диссертации являются новыми и носят теоретический характер. Они могут быть использованы в различных вопросах многомерного комплексного анализа, дифференциальной геометрии и уравнений в частных производных.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Текст диссертации написан хорошим языком с точки зрения математики и грамматики. Встречающиеся иногда мелкие погрешности не снижают достоинств диссертации.

В качестве замечания можно отметить то, что внутри одной главы все утверждения, леммы, теоремы, примеры, определения и т.д. занумерованы подряд, что при переходе к следующей главе несколько смущает читателя.

Диссертация Степановой М.А. представляет собой завершенную научно-исследовательскую работу на актуальную тему.

Диссертация соответствует требованиям п.9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Степанова Мария Александровна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук (01.01.01 – математический анализ) Кытмановым Александром Мечиславовичем.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений (МАиДУ) Сибирского федерального университета 7 октября 2021 г., протокол № 3.

Заведующий кафедрой МАиДУ, кандидат физ.-мат. наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, тел. 89029921669, email: kspk_job@mail.ru

Игорь Владимирович Фроленков

Профессор кафедры МАиДУ, доктор физико-математических наук, профессор по специальности 01.01.01 – математический анализ, тел. 89029906402, email: akytmanov@sfu-kras.ru

Александр Мечиславович Кытманов

ОБЩИЙ ОТДЕЛ

ФГАОУ ВО СФУ
Подпись заверяю
Начальник общего отдела
«20» ОКТ 2021 20 г.