ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию И.В. Родионова «Вероятностный и статистический анализ экстремумов дискретных стохастических систем», представленную на соискание степени доктора физико-математических наук по научной специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Диссертация И.В. Родионова посвящена различным аспектам стохастической теории экстремумов. В работе анализируются экстремумы широкого спектра дискретных моделей и некоторые аналоги этих моделей в непрерывном времени. Стохастическая теория экстремумов, предметом изучения которой являются далеко отстоящие, экстремальные наблюдения в данных, – молодая и активно развивающаяся ветвь теории вероятностей, о чем свидетельствует большое количество научных работ, опубликованных в последнее время. Данное обстоятельство также указывает на актуальность выбора диссертационной тематики. Математическая теория экстремумов находит практическое применение в таких областях, как финансы, страхование, гидрология, телекоммуникации, теория надежности.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы из 201-го наименования. Общий объем работы – 259 страниц. Перейдем к краткому обзору содержания диссертации.

Во введении диссертации приводятся некоторые основные понятия и обозначения, используемые в работе, делается краткий обзор основных результатов диссертации, рассматривается актуальность выбранной темы и обсуждается научная новизна результатов работы.

Первая глава диссертации посвящена вероятностному анализу экстремумов в различных дискретных случайных моделях, а именно, экстремумов случайной системы, которая является обобщением классического понятия схемы серий, а также экстремумов стационарной случайной последовательности и стационарного случайного поля на целочисленной решетке. Сначала приводятся достаточно простые достаточные условия того, что для последовательности случайных векторов переменной размерности функция распределения максимума компонент случайного вектора асимптотически приближается произведением функций распределения его компонент. Такой объект в диссертации называется случайной системой, а описанное свойство этой системы – экстремальной независимостью. Особую ценность данному результату придает тот факт, что частными случаями случайной системы являются случайная последовательность и случайное поле на целочисленной решетке. Тем самым, этот результат обобщает фундаментальные результаты Лидбеттера (об экстремальной независимости стационарной последовательности) и Хюслера (об экстремальной независимости стационарной последовательности) и позволяет получить первые общие условия экстремальной независимости случайных полей на целочисленных решетках. Далее автор применяет упомянутый результат для установления достаточных условий экстремальной независимости гауссовской системы, то есть для системы, все элементы которой являются гауссовскими случайными величинами, а также для поиска предельного распределения максимума общего числа соседей k вершин в биномиальном случайном графе.

Далее в первой главе диссертации рассматривается случайная система более частного вида, а именно, предполагается, что величины с одинаковыми индексами в каждой из серий образуют стационарную последовательность. Также предполагается, что все величины в этой системе имеют правильно меняющуюся функцию распределения и что функция распределения стационарной последовательности с индексом 1 имеет наименьший хвостовой индекс. В этих и некоторых дополнительных условиях доказывается, что функции распределения взвешенных сумм и максимумов элементов серий имеют тот же хвостовой индекс, что и первый элемент каждой серии. Более того, показано, что и экстремальные индексы этих двух последовательностей совпадают с

экстремальным индексом первой стационарной последовательности. Стоит отметить, что использование понятия случайной системы в контексте стохастической теории экстремумов в диссертации является несомненным новшеством и в дальнейшем может позволить проложить связи между этой теорией и моделями теории вероятностей, в которых индексация элементов в модели не может быть интерпретирована как время, а именно, сложными сетями, случайными графами и другими подобными моделями. Далее в главе обсуждаются различные обобщения понятия экстремального индекса на стационарные случайные поля на целочисленных решетках и связи между этими понятиями, а также одна из первых процедур автоматического оценивания экстремального индекса стационарной последовательности.

В заключительном разделе первой главы обсуждается задача поиска распределения максимума диагональных и внедиагональных элементов эмпирической матрицы ковариаций в случае, если эта матрица построена по стационарным одинаково распределенным сериям случайных величин. Для решения данной задачи автор получает по сути первый общий результат о больших уклонениях частичных сумм стационарной (а именно, m-зависимой) последовательности субэкспоненциальных случайных величин, продолжая тем самым классические в этой области работы С. и А. Нагаевых и Л. Розовского.

Вторая глава диссертации посвящена асимптотическому анализу гауссовских случайных процессов и полей с непрерывным временем. В отличие от подавляющего большинства работ по этой тематике, автор не предполагает степенного изменения ковариационной функции и функции дисперсии вблизи точки максимума дисперсии, что позволяет рассматривать гораздо большее количество гауссовских процессов и полей. В главе найдена асимптотика вероятности выхода за высокий уровень гауссовского нестационарного случайного поля, а также евклидовой нормы гауссовского нестационарного векторного процесса с независимыми одинаково распределенными компонентами.

Третья глава диссертации посвящена общим методам проверки гипотез о хвостах распределений. Работы по проверке гипотез о хвостах распределений не так многочисленны по сравнению с работами об оценивании их параметров; это во многом объясняется тем, что основным методом, используемым на настоящий момент в литературе для оценивания хвоста распределения, является семипараметрический подход, основанный на теореме Пикандса-Балкема-де Хаана, который не требует выбора модели методами проверки гипотез. Тем не менее, этот подход имеет существенные недостатки: так, хвосты всех распределений из области максимального притяжения Гумбеля, наиболее широкой из областей максимального притяжения, в которую входят такие различные по своему поведению вблизи правой граничной точки распределения, как нормальное, экспоненциальное и логнормальное распределения, приближаются хвостами экспоненциального распределения, что может привести к существенным ошибкам при оценивании. Кроме того, в рамках данного подхода невозможно оценить хвост распределения, не удовлетворяющего условиям теоремы Фишера-Типпета-Гнеденко. Тем самым, возникает необходимость в создании общих методов оценивания хвостов распределений, которые, в частности, предполагают выбор подходящей модели хвоста распределения, что доказывает актуальность тематики третьей главы диссертации.

Центральным результатом третьей главы диссертации, на мой взгляд, является построение общего критерия различения разделимых классов хвостов распределений по выборке из независимых одинаково распределенных случайных величин. Автор доказывает состоятельность этого критерия для хвостов непрерывных распределений при довольно слабых условиях, а также находит условия его состоятельности в случае, если хвосты распределений не являются непрерывными. Крайне интересным результатом также является построение, по сути, первых критериев согласия для хвостов распределений. Автором построены критерии типа Колмогорова и омега-квадрат, причем статистики этих критериев в случае верности гипотезы согласия асимптотически имеют распределения Колмогорова и омега-квадрат соответственно, что делает удобным применение этих критериев на практике. Состоятельность предложенных критериев доказывается на альтернативных гипотезах, которые практически совпадают с отрицанием нулевой гипотезы.

В четвертой главе диссертации посвящена общим методам оценивания параметров хвоста распределения. Наиболее ярким результатом этой главы является метод оценивания одномерного параметра хвоста непрерывного распределения, не зависящий от принадлежности распределения данных какой-либо из областей максимального притяжения. При достаточно слабых условиях, наложенных на параметрическое семейство хвостов распределений, автор доказывает состоятельность предложенной им оценки, а при дополнительных предположениях – и аналог асимптотической нормальности. Также в главе предложены общие методы оценивания параметров сдвига и масштаба хвоста распределения в случае, если распределение принадлежит области максимального притяжения Гумбеля или области максимального притяжения Фреше. Также отметим, что эффективность методов, предложенных автором в третьей и четвертой главах, подтверждается результатами численного моделирования, вынесенными в приложение.

Результаты диссертации вносят значительный вклад в стохастическую теорию экстремумов, в ней получены яркие, интересные результаты. Можно отметить большой объем проделанной работы и широкий кругозор автора. Диссертация выполнена на высоком научном уровне и представляет собой завершенное и профессионально зрелое произведение. Она написана подробно, хорошим языком и аккуратно оформлена. Все результаты диссертации – новые, получены лично автором впервые и сопровождены строгими математическими доказательствами. Результаты опубликованы в центральных российских и зарубежных журналах, индексируемых базами данных «Web of Science» и «Scopus», некоторые из которых принадлежат квартили Q1. Результаты докладывались на большом количестве семинаров, на российских и международных конференциях по теории вероятностей и математической статистике. Автореферат правильно и полно отражает основные результаты диссертации.

Результаты диссертации могут быть использованы специалистами, работающих в области теории вероятностей и математической статистике, в особенности специалистами в области стохастической теории экстремумов, работающих в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, на механико-математическом факультете Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, на математико-механическом факультете Санкт-Петербургского государственного университета.

Остановимся на вопросах и замечаниях к диссертации.

- строка 4 стр. 14 «где X_n – последовательность…». Однако выше в (0.1) X_n не используется.

- (1.4) стр. 37. Я предполагаю, что есть ограничения на рост k.

- строка 7 стр. 116, строка 15, стр. 164. Присутствует странный символ ??.

- Несколько путает двойная нумерация работ. Так, в разделе РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ, под номером 1 значится работа Родионова 2018 г. Она же в списке литературы имеет номер 33, а в списке литературы под номером 1 значится работа Ахтямова, Родионова 2020 г.

- Мне кажется, что требование правильного изменения хвостов распределений в разделе 1.5 может быть ослаблено – в частности, для случайных величин, которые не принадлежат доминирующей последовательности.

- Отмечу, что для метода выбора высокого уровня при оценивании экстремального индекса, обсуждаемого автором в разделах 1.7 и 1.8, не приведены результаты численного моделирования, которые доказывали бы его эффективность.

- С помощью методов численного моделирования в главе 5 автор показывает эффективность некоторых статистических критериев, предложенных в диссертации. Отметим, что использование в работе методов статистического моделирования также было бы полезно для демонстрации различных приложений.

Все эти, в целом, формальные замечания требуют лишь незначительных изменений в диссертации. Они не умоляют достижений диссертанта, которые значительны. Все вышесказанное позволяет заключить, что диссертация «Вероятностный и статистический анализ экстремумов дискретных стохастических систем», представленная на соискание ученой степени доктора физико-

математических наук, является научно-квалифицированной работой, в которой, на основании выполненных автором исследований, разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области теории вероятностей и математической статистики. Диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук в Положении о присуждении ученых степеней, а ее автор безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент:

Степанов Алексей Васильевич

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»

236016, Россия, г. Калининград, ул. А.Невского, д.14

тел. +7 (4012) 59-55-95 post@kantiana.ru

доктор физико-математических наук (специальность ВАК: 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика),
доцент, профессор Института физико-математических наук
и информационных технологий Балтийского Федерального Университета имени И. Канта
тел. +7 911 8622695
alexeistep45@mail.ru

22.07.2021.

Балтийский федеральный университет им. И. Канта
Кадровая служба
Подпись Степанова А.В. заверяю
"22" июля 2021 г.