ОТЗЫВ
научного консультанта Владимира Ильича Питербарга
на диссертацию Игоря Владимировича Родионова
«Вероятностный и статистический анализ экстремумов дискретных стохастических систем»

В диссертации И.В. Родионова рассматривается проблематика стохастической теории экстремумов, которая является важной и традиционной в теории вероятностей. Отличительной особенностью диссертации является введение в стохастическую теорию экстремумов ранее не использованных понятий и методов современной теории вероятностей и математической статистики.

Центральным результатом стохастической теории экстремумов является теорема Гнеденко об экстремальных типах, которая определяет вид предельного распределения нормированного максимума последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин. Одним из ключевых для стохастической теории экстремумов является вопрос, при каких условиях предельное распределение максимума системы зависимых случайных величин совпадает с предельным распределением максимума системы независимых копий этих случайных величин. В первой главе диссертации приводятся простые достаточные условия выполнения этого соотношения. Этот результат обобщает все известные на данный момент результаты о предельном распределении максимума последовательности зависимых случайных величин, а также позволяет получить первые общие результаты в этом направлении для случайных полей на целочисленных решетках размерности больше, чем 2. Также этот результат применен для исследования предельного распределения максимума гауссовских систем и некоторых задач теории графов.

Дальнейшие результаты первой главы диссертации тесно связаны с понятием экстремального индекса. Если теорию об экстремальном индексе стационарной последовательности можно считать практически завершенной, то соответствующая теория для стационарных случайных полей на целочисленных решетках еще далека от завершения. В диссертации показано, что два естественных обобщения понятия экстремального индекса для случайных полей на целочисленных решетках, глобальный экстремальный индекс и экстремальный индекс вдоль направления, отличаются друг от друга. Далее исследованы условия существования экстремального индекса последовательностей сумм и максимумов случайных систем с доминирующим членом, а также автоматическая процедура оценивания экстремального индекса стационарной последовательности.

Во второй главе диссертации рассматриваются задачи поиска асимптотики вероятностей больших уклонений траекторий гауссовских случайных полей и функций от гауссовских векторных процессов. Примерами таких процессов являются процесс Бесселя и процесс бесселевского моста, которые имеют большое значение для математической статистики. В отличие от предыдущих результатов теории асимптотического анализа гауссовских процессов и полей, в диссертации не предполагается степенное поведение дисперсии рассматриваемого процесса вблизи точки ее максимума.

Третья и четвертая главы диссертации посвящены задачам статистики экстремальных значений. Ключевым результатом этой теории является теорема Пикандса – Балкема – де Хаана, которая утверждает, что хвост распределения, удовлетворяющего условиям теоремы Гнеденко об экстремальных типах, можно

приблизить с помощью обобщенного распределения Парето. Подавляющее большинство работ в рамках статистической теории экстремумов посвящены оцениванию параметров и проверке гипотез в рамках этой модели. Однако для распределений из области максимального притяжения Гумбеля указанный выше метод не дает построить модели достаточной степени точности, а для распределений, для которых не выполнены условия теоремы Гнеденко, и вовсе не применим. Тем самым, возникает необходимость в создании общих статистических методов, подходящих для работы с любыми типами хвостов распределений.

В третьей и четвертой главах диссертации делаются первые шаги на пути создания такой общей теории. Так, в третьей главе получен первый общий критерий различения двух классов хвостов непрерывных распределений, не зависящий от того, выполнены ли для рассматриваемых распределений условия теоремы Гнеденко об экстремальных типах или нет, а также найдены условия применимости этого критерия для хвостов дискретных распределений. Еще одним существенным результатом этой главы является построения первых критериев согласия с хвостом распределения на основе классических критериев согласия Колмогорова и омега-квадрат.

Четвертая глава диссертации посвящена общим методам оценивания параметров хвоста распределения. Центральным результатом этой главы является первый общий метод оценивания одномерного параметра хвоста непрерывного распределения, не зависящий от того, выполнены ли для рассматриваемого распределения условия теоремы Гнеденко об экстремальных типах или нет. Также в главе получены общие оценки параметров сдвига и масштаба хвоста распределения.

В целом диссертация охватывает широкий круг различных тем, объединенных тематикой стохастической теории экстремумов. Результаты диссертации существенно расширяют методологию стохастической теории экстремумов, как вероятностной, так и статистической ее части, и, несомненно, имеют большую перспективу. Они также могут быть использованы в финансовой и актуарной теориях, в теории надежности и безопасности, гидрологии и многих других приложениях.

Изложенные в диссертации результаты опубликованы в ведущих российский и международных журналах по тематике диссертации, включая такие издания как Bernoulli, Extremes, Stochastic Processes and their Applications, Успехи математических наук, Теория вероятностей и ее применения, Доклады Академии наук.

И.В. Родионовым проделана огромная работа, объем диссертации составляет 269 страниц. Результаты диссертации неоднократно докладывались на Большом семинаре кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, на семинаре отдела теории вероятностей и математической статистики МИАН им. В.А. Стеклова, научных семинарах МФТИ и Института проблем управления им. В.А. Трапезникова, а также на многочисленных международных научных конференциях в России и за рубежом, где неизменно вызывали большой интерес коллег.

И.В. Родионов, несомненно, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Заведующий лабораторией теории вероятностей
механико-математического факультета
МГУ им. М.В. Ломоносова,
д.ф.-м.н., профессор В.И. Питербарг

16.04.2021

Подпись удостоверяю.