Prof Dmitry Korshunov
Professor of Probability
Department of Mathematics and Statistics,
Fylde College, Lancaster University
Lancaster LA1 4YF, UK
Tel: +44 (0)1524 594021
d.korshunov@lancaster.ac.uk

31 августа 2021 г.

ОТЗЫВ

о диссертационной работе Родионова Игоря Владимировича «Вероятностный и статистический анализ экстремумов дискретных стохастических систем», представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика

Основы теории экстремальных значений — одного из разделов теории вероятностей и математической статистики — заложили в первой половине прошлого века М. Фреше, Р. фон Мизес, Р. Фишер, Л. Типет, Б. В. Гнеденко. Построение теории для последовательностей независимых случайных величин было завершено Л. де Хааном. Далее теория развивается естественным образом, охватывая различные модели зависимых наблюдений (перемешивание, скрытые марковские модели, скользящие средние и так далее) и распространяя на них асимптотический анализ экстремальных значений в выборках растущего объёма.

Как и в классической теории суммирования зависимых случайных величин, где наличие слабой зависимости меняет характеристики предельных распределений (а в теории больших уклонений — весьма существенно), в теории экстремальных значений слабая зависимость расширяет класс предельных распределений.

Диссертация общим объёмом 259 страниц состоит из введения, основного текста из 5 глав объёмом 206 страниц и списка литературы из 201 наименования.

Lancaster University
Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology

Fylde College
Lancaster University,
Lancaster, LA1 4YF

T: +44(0)1524 593 960
F: +44(0)1524 592 681
E: mathematics@lancaster.ac.uk
www.lancaster.ac.uk

В самой большой главе 1 автор диссертации сосредоточил внимание на решении задач теории экстремальных значений для стационарно и нестационарно связанных случайных полей и величин. В § 1.2 автор предлогает оригинальный метод изучения близости распределения максимума зависимых случайных величин к распределению максимума независимых копий случайных величин с теми же маргинальными распределениями. В теореме 1.5 даётся условие, удобное для проверки для случайных полей. Сила предложенного метода демонстрируется на примере гауссовских систем в § 1.3 и в нетривиальной задаче о максимальной степени для случайных графов. В § 1.4 изучаются хвостовые и экстремальные индексы для случайных сумм и максимумов зависимых случайных величин, основное внимание уделено распределениям с правильно меняющимися хвостами. К сожалению, отсутствуют результаты для более широких классов распределений и не обсуждаются причины, по которым рассматриваются только правильно меняющиеся распределения. Набор упомянутых в связи с этим ссылок весьма не полон. В § 1.6 обсуждаются глобальный экстремальный индекс для полей и экстремальный индекс по направлению, взаимосвязи между ними и условия существования. Также приводится пример гауссовского случайного поля, для которого эти два понятия не совпадают. В §§ 1.7, 1.8 предложен метод статистического оценивания экстремального индекса стационарной последовательности. В завершающем § 1.9 изучаются предельные теоремы и большие уклонения для максимальных элементов эмпирической ковариационной матрицы.

Изучаемая в главе 2 задача относится к области хвостовых асимптотик для гауссовских процессов. Основные результаты здесь содержатся в § 2.3 для максимума нормы гауссовского векторного процесса, в том числе для процесса Бесселя, следствие для которого, однако, не приводится.

На примере §§ 2.1 и 2.2, посвященных асимптотике максимума гауссовского случайного поля, удобно продемонстрировать, насколько местами неаккуратно изложение автора. Например, приводимое условие A2 существования конечного или бесконечного предела отношения

$$\frac{1-\sigma^2(t)}{1-r(s,t)}$$

при $t,\ s \downarrow 0$ выглядит странно, поскольку при $t = s \downarrow 0$ это отношение тождественно равно 1. Кроме того, для центрированного и нормированного броуновского моста предел этого отношения равен 0 при $s = 0$, так что двойной предел не существует.

Далее, не ясно, как из этого условия вытекает оценка $r(s,t) \leq 1$ для всех t и s, как утверждает автор на стр. 139. Кроме того, неясно, откуда вытекает и почему выполнено соотношение (2.4).

Скорее всего, сходимость на стр. 143

$$u^2(1-\Upsilon(q(u)t)) \to h(t) \quad \text{при } u \to \infty$$

должна иметь место равномерно по t-ограниченным множествам, а не замкнутым.

Условие на стр. 143,

$$u^2(\Sigma^2(s) - \Sigma^2(s + q(u)t)) \to 0 \quad \text{при } u \to \infty$$

также загадочно. На первый вгляд, оно выполнено лишь для ковариационной функции тождественно равной 1.

На стр. 145, существование $\varepsilon_0(u) \in (\varepsilon_-, \varepsilon_+)$ такого, что $u\gamma_1(u)/\varepsilon_0 \in \mathbb{N}$, не гарантированно, например, если $u\gamma_1(u)/\varepsilon_- < 1$ при всех достаточно больших u.

Главы 3 и 4 посвящены статистическим вопросам хвостов распределений. В главе 3 предложены интересные статистические критерии различения хвостов. Задача весьма нетривиальная, а предложенные критерии оригинальны. Например, в § 3.2 решается задача различения в некотором смысле близких хвостов, построенный критерий является асимптотически нормальным и состоятельным, что очень хорошо. Однако следует отметить определённые недостатки, некоторые из которых весьма существенны. Во-первых, условие A1 ограничивает класс рассматриваемых хвостов теми, которые асимптотически тоньше любого экспоненциального. Причины этого не объясняются, в то время как, на первый взгляд, ничего особенно не мешает включить в рассмотрение, как минимум, вэйбулловские хвосты с показателем меньше 1, а то и степенные хвосты. Это обстоятельство является весьма существенным, поскольку именно такие хвосты представляется наиболее интересными в стохастических приложениях.

Далее, предложенная автором статистика мотивирована статистикой Неймана–Пирсона, возникающей при построении наиболее мощного критерия в классической постановке задачи статистики о различие плотностей. Однако автор рассматривает не в точности отношение плотностей, а логарифм этого отношения. В связи с этим заметим, что было бы естественно упростить статистику критерия, рассмотрев

$$U_n := \sum_{i=0}^{k_n-1} [S(X_{(n-1)}) - S(X_{(n-k_n)})],$$

при этом критерий становится проще для анализа, по-прежнему вроде бы оставаясь асимтотически нормальным и состоятельным. Кроме того, в этом случае для состоятельности критерия требуется меньше условий на распределение альтернативы.

В лемме 3.6 неясно, как определяется $c_k = M^k(T'(x))^{-1} \mid_{x=q}$ при $M = (T'(x))^{-1}\frac{d}{dx}$. В частности, чему равны c_0 и c_1?

На стр. 178 не проверены условия применимости закона больших чисел из [18] для схемы серий.

В разложении Тейлора (3.32) для характеристической функции не проверена равномерность в слагаемом $o(1/k)$, что является ключевым моментом доказательства.

Глава 4 посвящена оцениванию параметров сдвига и масштаба для хвоста распределения на основе метода подстановки, см. (4.4). К сожалению, отсутствует какой-либо

комментарий о существовании решения уравнения (4.4). Это существенно, ибо если решение существует лишь с вероятностью, стремящейся к 1 при $n \to \infty$, то это обстоятельство внесёт некоторые коррективы в дальнейшие рассуждения.

Нв стр. 210, оценка $\widehat{\theta}_{k,n}$, по всей видимости, — это $\theta^*_{k,n}$.

Глава 5 посвящена численному моделированию.

Текст диссертации содержит много погрешностей, затрудняющих чтение утверждений и доказательств, некоторые примеры приведены выше, и по-хорошему текст нуждается в доработке.

Основные результаты диссертации являются новыми и получены соискателем лично. При получении большинства этих результатов им продемонстрирована находчивость и изобретательность, говорящие о несомненном наличии у автора достаточно высокого математического уровня.

Считаю, что математическое содержание представленной диссертационной работы можно считать в основном соответствущим требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности «01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика», а её автору Игорю Владимировичу Родионову может быть присуждена степень доктора физико-математических наук.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.



Доктор физ.-мат. наук,
Профессор Ланкастерского
университета, Великобритания,
d.korshunov@lancaster.ac.uk
тел. +7(916)0530069

Коршунов Дмитрий Алексеевич

специальность - 01.01.05