МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА (МГУ)

Ленинские горы, Москва,
ГСП-1, 119991
Тел.: +7(495)939-10-00,
+7(499)203-65-65
Факс: +7(495)939-01-26

19.05.2021 № 449-21/015-03
На № 15302-15-6215

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор — начальник Управления
научной политики
МГУ имени М.В.Ломоносова,
д.ф.-м.н., профессор

_____ А.А.Федянин

«19» мая 2021 г.

ОТЗЫВ
ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертации Подольского Владимира Владимировича «Вопросы теории сложности вычислений в алгебраических и логических структурах», представленной на соискание степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - алгебра, логика и теория чисел.

Актуальность темы исследования. Основные результаты диссертации относятся к доказательству нижних оценок размера схем из функциональных элементов. Исследования в этой области мотивированы в первую очередь проблемой перебора P vs NP. Они направлены на доказательство различия этих классов. В настоящий момент не известны сверхлинейные оценки сложности схем общего вида, поэтому исследуются схемы с различными структурными ограничениями. Одним из естественных таких ограничителей является глубина схемы. Наиболее простым случаем, в котором неизвестны сильные нижние оценки, является случай пороговых схем глубины 2. Изучение таких схем составляет главное содержание диссертации. Кроме этого, в диссертации рассматриваются преобразования запросов для онтологических баз данных и различные алгоритмические вопросы для мин-плюс тропических колец. Эти исследования имеют практическое значение.

Научная новизна исследования и полученных результатов. Все результаты диссертации являются новыми и отвечают на естественные открытые вопросы. В области нижних оценок на схемы из пороговых элементов решены следующие задачи:

— Доказаны дважды экспоненциальные нижние оценки весов персептронов, вычисляющих явно заданные функции.

— Получена экспоненциальная нижняя оценка размера схемы для вычисления PARITY схемами постоянной глубины, состоящей из И, ИЛИ и логарифмического числа пороговых элементов.

— Доказана теорема об иерархии по глубине для точных пороговых схем для нижних уровней иерархии.

— Развита теория представлений функций многочленами небольшой степени с действительными коэффициентами от булевых переменных, для случая, когда булевы переменные представляются произвольными действительными числами a и b.

— Доказаны верхние и нижние оценки на минимальную валентность функции большинства, с помощью которой можно представить функцию большинства от данного количества аргументов n схемами постоянной глубины d.

В области онтологических баз данных: для преобразования запросов определены гиперграфовые программы и связанные с ними сложностные классы охарактеризованы в обычных терминах.

В области мин-плюс многочленов:

— Доказан аналог комбинаторной теоремы о нулях и леммы Шварца — Зиппеля

— Получены оценки размера тестового множества для многочленов с данным количеством мономов.

— Доказано, что задача о разрешимости системы линейных уравнений равносильна задаче анализа циклических игр

— Получен аналог теоремы Гильберта о нулях.

Соответствие темы диссертации научной специальности. Диссертация является законченной научной работой. Поставленные перед исследователем задачи решены, определены перспективы развития дальнейшего научного поиска. В диссертации предложены новые результаты о весах полиномиальных пороговых элементов (= перспептронов), схем постоянной глубины с небольшим количеством пороговых элементов, схем с точными пороговыми элементами, реализации булевых функций многочленами в булевых переменных со значениями a,b, монотонных булевых схем постоянной глубины, состоящих только из функций большинства фиксированного количества аргументов, гиперграфовых программах, аналога комбинаторной леммы о нулях и леммы Шварца - Зиппеля для мин-плюс многочленов, размере тестового множества для для мин-плюс многочленов с ограниченным количеством мономов.

Содержание диссертационной работы Подольского Владимира Владимировича соответствует пункту 10 паспорта специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»: Теория алгоритмов и вычислимых функций (в том числе алгоритмическая теория информации и теория сложности).

Общая характеристика работы. Диссертация состоит из введения, десяти глав и библиографического списка из 138 наименований плюс 11 работ автора. Общий объем работы составляет 281 страниц (основное содержание работы на 267 страницах, библиография на 14 страницах).

Во **введении** обосновывается актуальность исследуемых проблем, рассказано, откуда они возникли, излагается история вопроса, формулируются основные результаты работы и рассказывается о структуре диссертации.

В **первой главе** даны основные определения и обозначения.

Вторая глава содержит нижние оценки весов персептронов, вычисляющих заданные функции.

В **третьей главе** доказана экспоненциальная нижняя оценку размера схем постоянной глубины в базисе И, ИЛИ и дополнительно содержащих логарифмическое число пороговых элементов, вычисляющих функцию PARITY.

Четвертая глава посвящена схемам из точных пороговых элементов

В **пятой главе** изложены результаты о представлении функций многочленами с действительными коэффициентами небольшой степени, представляющих функции от булевых переменных a,b.

В **шестой главе** исследуется вопрос, для каких k существует схема глубины d, состоящая из элементов, вычисляющих функцию большинства от k переменных, которая вычисляет функцию большинства от n переменных.

Седьмая глава посвящена оценкам сложности гиперграфовых программ. В этой главе рассказано и о связи этих результатов с преобразованиями запросов в онтологических базах данных.

В **восьмой главе** доказаны аналоги классических теорем для мин-плюс многочленов: комбинаторной теоремы о нулях, леммы Шварца-Зиппеля и теоремы о размере тестирующего множества.

Девятая глава посвящена доказательству теорем о связи циклических игр и систем мин-плюс линейных уравнений.

В **десятой главе** доказан аналог теоремы Гильберта для мин-плюс многочленов.

Значимость диссертационной работы для науки заключается в ответе на многие вопросы, поставленные в предшествующих работах, а также в формулировке и доказательстве оригинальных теорем.

Форма изложения материала, публикации, апробация результатов. Диссертация Подольского Владимира Владимировича выполнена с соблюдением рекомендаций, установленных ВАК. Приведенный в диссертации библиографический список полно характеризует выбранное автором научное направление. Основные результаты исследования опубликованы в 2 работах автора и 9 совместных с другими работах, все работы — в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК для представления основных научных результатов диссертаций на соискание ученой доктора наук, 8 работ — в рецензируемых журналах Scopus. Автореферат адекватно отражает текст диссертации.

Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации. Полученные в диссертационной работе научные результаты могут быть использованы на математических факультетах университетов при чтении курсов по теории сложности вычисления, базам данных и <<тропической математики>>.

Замечания и рекомендации к диссертационной работе.

В работе замечены следующие недочеты и опечатки.

1) с. 11 <<постоянного размера>> надо заменить на <<постоянной глубины>>
2) с. 16 <<и у независимости векторов>>. Этот оборот лишен смысла.
3) с. 22 <<В разделе 2 мы доказываем, что для глубины d=3 существует схема с O(n^{2/3}.>> Предложение не закончено.

В списке литературы:

4) источники 51 и 52 совпадают
5) в источнике 124: <<moethod of focing>>
6) в автореферате: пропущены номера страниц у третьей работы автора

Указанные замечания либо носят частный характер и легко могут быть учтены и не снижают общей положительной оценки диссертационного исследования.

Общее заключение по работе. Диссертационная работа Подольского Владимира Владимировича «Вопросы теории сложности вычислений в алгебраических и логических структурах» представляет собой законченную научно-квалификационную работу. Полученные результаты имеют существенное теоретическое значение для компьютерных наук, а также могут быть использованы в базах данных.

Диссертационная работа соответствует требованиям пунктов 9–14 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г., а ее автор, Подольский Владимир Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - алгебра, логика и теория чисел.

Диссертация Подольского Владимира Владимировича обсуждена на заседании научно-исследовательского семинара кафедры математической логики и теории алгоритмов механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова, протокол № 10 от 7 апреля 2021 года.

Отзыв составил
Верещагин Николай Константинович,
профессор кафедры математической логики и теории
алгоритмов механико-математического
факультета ФГБОУ ВО «Московский
государственный университет
имени М.В.Ломоносова»,
д. ф.-м. н.

_____ Н. К. Верещагин

Декан механико-математического
факультета МГУ имени М.В.Ломоносова,
член-корреспондент РАН,
д.ф.-м.н., профессор

_____ А. И. Шафаревич

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»
Почтовый адрес: 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1
Тел.: +7(495)939-10-00, +7(499)203-65-65
Адрес электронной почты: info@rector.msu.ru
Официальный сайт: http://www.msu.ru/