УТВЕРЖДАЮ

Директор Института математики и механики им. Н. И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета

д.ф.-м.н. Е.А. Турилова

"1" апреля 2022 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации Афанасьева Даниила Евгеньевича «Глобальная структура сплетенных решений уравнений Эйнштейна с электромагнитным полем и космологической постоянной», представленной к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика.

Диссертация Афанасьева Д.Е. посвящена описанию глобальных решений уравнений общей теории относительности с электромагнитным полем и космологической постоянной в предположении, что пространство-время является сплетенным произведением двух поверхностей: $\mathbb{M} = \mathbb{U} \times \mathbb{V}$, где $\mathbb{U}$ и $\mathbb{V}$ – геодезически полные поверхности с лоренцевой и евклидовой сигнатурами метрик, соответственно. Также предполагается, что электромагнитный потенциал задан в специальном виде: $\hat{A} = A_1 \bigoplus A_2$, где $\hat{A}$ определена на $\mathbb{M}$, а A_1 и A_2 определены на $\mathbb{U}$ и $\mathbb{V}$, соответственно.

Диссертационная работа изложена на 87 страницах и содержит введение, три главы, заключение, библиографический список, включающий 66 наименований работ.

Во введении содержится исторический обзор публикаций, связанных с исследованиями диссертации, обоснована актуальность темы диссертационного исследования, выделены основные результаты, полученные в работе. Этот раздел содержит также краткое изложение содержания диссертации.

В главе 1 получено общее решение уравнений Максвелла в упомянутых выше предположениях. Это позволяет автору разбить решения системы исследуемых уравнений Максвелла-Эйнштейна на три класса. В этой главе описаны также глобальные

решения системы уравнений Максвелла-Эйнштейна, соответствующие классу, в котором поверхности $\mathbb{U}$ и $\mathbb{V}$ являются геодезически полными поверхностями постоянной кривизны. Автором отмечается, что решения этого класса были известны ранее и приведены в диссертации для полноты классификации.

В главе 2 рассмотрен второй из возможных при рассматриваемых предположениях классов решений уравнений Максвелла-Эйнштейна, в котором только поверхность $\mathbb{V}$ является геодезически полной поверхностью постоянной кривизны. Это позволяет разбить исследуемые многообразия $\mathbb{M}$, соответствующие данному классу решений, на три группы: глобальные сферически симметричные решения, $\mathbb{M} = \mathbb{U} \times \mathbb{S}^2$, обладающие $\mathbb{SO}(3)$–симметрией, глобальные планарные решения, $\mathbb{M} = \mathbb{U} \times \mathbb{R}^2$, обладающие $\mathbb{ISO}(2)$–симметрией и глобальные гиперболические решения, $\mathbb{M} = \mathbb{U} \times \mathbb{H}^2$, обладающие $\mathbb{SO}(1,2)$–симметрией. Показано, что лоренцева поверхность $\mathbb{U}$ обладает, при указанных условиях, векторным полем Киллинга. Для поверхности $\mathbb{U}$ построены диаграммы Картера-Пенроуза, вид которых зависит от соотношения между интегралами системы дифференциальных уравнений Масвелла-Эйнштейна и параметрами лагранжиана теории. Описаны решения данного класса. Показано, что среди полученных решений есть как хорошо известные решения, так и новые. Интересно заметить, что среди полученных не изученных ранее решений есть глобальное решение, описывающее изменение топологии пространственных сечений пространства-времени с течением времени.

В главе 3 разбирается случай, когда лоренцева поверхность $\mathbb{U}$ является поверхностью постоянной кривизны. Здесь получено общее решение уравнений Эйнштейна и построены соответствующие геодезически полные римановы поверхности $\mathbb{V}$. Вид этих поверхностей также определяется интегралами системы дифференциальных уравнений Масвелла-Эйнштейна и параметрами лагранжиана теории. Отличительной особенность данного случая является то, что фиксированному набору параметров в общем случае соответствует не одно, а несколько глобальных решений.

В заключении автором подведены итоги проделанной в диссертации работы.

Замечания:

Отметим, что диссертация написана ясным языком, а имеющиеся опечатки (например, на с. 34, строка 6, должно быть $\partial_\xi q \partial_\eta q < 0$) и орфографические ошибки (например, на стр. 11, 12, 21, 29, 51, 55, 56, 58, 62, 70, 73) не мешают пониманию сути излагаемого. Несколько смелым является последнее предложение главы 2 о том, что "с физической точки зрения глобальные гиперболические решения описывают кротовые норы". Подобное утверждение требует дальнейшего исследования, например, проходимости таких кротовых нор или наличия дельтаобразных источников материи

на горловине кротовой норы. Все выше сказанное не влияет на основные результаты и на общую положительную оценку диссертации.

Заключение.

Диссертационное исследование Афанасьева Даниила Евгеньевича представляет собой самостоятельно проведенную автором научно-квалификационную работу на актуальную тему, результаты которой являются новыми и имеют научное значение.

Полученные автором результаты найдут применение в дальнейших исследованиях по общей теории относительности. Они могут быть использованы при проведении научных исследований и чтении специальных курсов в Московском государственном университете, Казанском федеральном университете, Новосибирском государственном университете, Томском государственном университете и других научных центрах.

Название диссертации «Глобальная структура сплетенных решений уравнений Эйнштейна с электромагнитным полем и космологической постоянной» соответствует содержанию работы и отражает основную проблему исследования.

Основные материалы диссертационного исследования в полной мере опубликованы в работах автора (всего 4 статьи в научных журналах Web of Science, Scopus, RSCI) и представлены на 7-ми научных конференциях и семинарах.

Автореферат диссертации и публикации автора с достаточной полнотой отражают основное содержание исследования, его результаты и выводы.

Считаем, что рецензируемая диссертационная работа соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика, а ее автор Афанасьев Даниил Евгеньевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Отзыв составлен заведующим кафедрой геометрии Казанского (Приволжского) федерального университета, доктором физико-математических наук А.А. Поповым

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры геометрии Казанского (Приволжского) федерального университета 29 марта 2022 г., протокол № 6.

Зав. каф. геометрии КФУ
д.ф.-м.н. (А.А. Попов)