ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации
Шрамова Константина Александровича

"Конечные группы автоморфизмов алгебраических и комплексных многообразий",

представленной на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
по специальности 01.01.06
- математическая логика, алгебра и теория чисел

Согласно классической теореме Жордана существует константа $J(n)$ со следующим свойством: любая конечная подгруппа в $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ содержит нормальную абелеву подгруппу индекса не больше $J(n)$. Группа Γ называется жордановой (в этом случае также говорят, что она имеет свойство Жордана), если существует такая константа J, что любая конечная подгруппа в Γ содержит нормальную абелеву подгруппу индекса не больше J. Будем говорить, что группа Γ имеет ограниченные конечные подгруппы, если найдется такая константа $B = B(\Gamma)$, что любая конечная подгруппа в Γ имеет порядок не больше B.

Известно, что группа автоморфизмов любого компактного кэлерова многообразия жорданова. В то же время для произвольных компактных комплексных многообразий жордановость группы автоморфизмов не доказана. Интерес представляют группы бимероморфных автоморфизмов, особенно представляется интересным и важным исследование с точки зрения свойства Жордана групп автоморфизмов и бимероморфных автоморфизмов, действующих послойно относительно какого-нибудь естественного расслоения, например, максимального рационально связного расслоения, плюриканонического расслоения, алгебраической редукции или отображения Альбанезе.

Основные результаты диссертации:

1. Для компактной комплексной поверхности S кодаировой размерности 1 с плюриканоническим расслоением $\phi : S \to C$ доказана конечность образа группы автоморфизмов S в группе автоморфизмов кривой C (теорема 2.1.1).

Классифицированы компактные комплексные поверхности неотрицательной кодаировой размерности, группы бимероморфных автоморфиз-

мов которых имеют неограниченные конечные подгруппы (с точностью до бимероморфного изоморфизма это комплексный тор, биэллиптическая поверхность, поверхность Кодаиры, поверхность кодаировой размерности 1 (в последнем случае группа $\mathrm{Bim}(S)$ имеет ограниченные конечные подгруппы тогда и только тогда, когда это выполнено для ее подгруппы, состоящей из отображений, послойных относительно плюрикананического расслоения на S)) (теорема 2.1.2).

Для компактных поверхностей S кодаировой размерности 0 и поверхностей Хопфа полностью изучен вопрос об ограниченности группы послойных автоморфизмов относительно алгебраической редукции $\phi : S \to C$, а также образа группы автоморфизмов в группе автоморфизмов C (теорема 2.1.4).

2. Доказано, что группа автоморфизмов любой компактной комплексной поверхности жорданова (теорема 3.1.1).

Для компактных комплексных поверхностей кодаировой размерности 0 получена универсальная (не зависящая от поверхности) оценка для константы Жордана группы автоморфизмов. Показано, что группа бимероморфных автоморфизмов компактной комплексной поверхности жорданова за исключением случая, когда поверхность бимероморфна произведению $\mathbb{P}^1$ на эллиптическую кривую (теорема 3.1.2).

3. Доказано, что если компактное комплексное многообразие X со структурой $\mathbb{P}^1$-расслоения над комплексным тором Y не бимероморфно проективизации векторного расслоения ранга 2 на Y, то группа Γ бимероморфных автоморфизмов X сильно жорданова (другими словами, она жорданова и при этом существует такая константа $R = R(\Gamma)$, что каждая конечная подгруппа в Γ порождена не более чем R элементами) (следствие 4.4.5).

Классифицированы все трехмерные алгебраические многообразия над алгебраически замкнутым полем характеристики нуль, группа бирациональных автоморфизмов которых не обладает свойством Жордана. Они бирационально эквивалентны либо произведению $E \times \mathbb{P}^2$ (где E - эллиптическая кривая), либо $S \times \mathbb{P}^1$ (где S - абелева поверхность, биэллиптическая поверхность или поверхность кодаировой размерности 1, якобиево расслоение плюрикананического расслоения которой локально тривиально в топологии Зарисского) (теорема 4.1.4).

4. Доказано, что константа Жордана для группы бирациональных автоморфизмов любой нетривиальной поверхности Севери - Брауэра S над полем характеристики 0 равна либо 1, либо 3. Другими словами, всякая конечная подгруппа в $\mathrm{Bir}(S)$ бирациональных автоморфизмов S либо абелева, либо содержит нормальную абелеву подгруппу индекса 3

(теорема 5.1.2). Доказано, что любая неабелева конечная подгруппа в $\mathrm{Bir}(S)$ сопряжена подгруппе в $\mathrm{Aut}(S)$.

5. Доказано, что группа автоморфизмов гладкого хорошо сформированного взвешенного полного пересечения X конечна, если X не является эллиптической кривой, поверхностью $K3$, а также не изоморфно проективному пространству и квадрике (теорема 6.1.3). Получена оценка на максимальный вес взвешенного проективного пространства, содержащего гладкое хорошо сформированное взвешенное полное пересечение Фано, не являющееся пересечением с линейным конусом.

В работе используются методы программы минимальных моделей, теории Кодаиры компактных комплексных поверхностей, теории многообразий Фано (развитой В.А.Исковских и его школой) и теории центральных простых алгебр (в связи с исследованием многообразий Севери - Брауэра).

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут найти применение в алгебраической геометрии и теории компактных комплексных многообразий. Диссертация содержит обширную библиографию по исследуемым вопросам и может служить отличным введением в эту классическую тематику.

Результаты диссертации докладывались автором на семинаре отдела алгебры и отдела алгебраической геометрии (семинар И.Р. Шафаревича) и семинаре В. А. Исковских Математического института им. В. А. Стеклова, семинаре Лаборатории алгебраической геометрии НИУ ВШЭ, семинаре по многомерному комплексному анализу (МГУ), коллоквиуме Исследовательской лаборатории им. П. Л. Чебышева (Санкт-Петербург), семинаре "Edge seminar" университета Эдинбурга (Великобритания), семинарах по геометрии университетов Глазго, Лафборо, Ливерпуля, Манчестера, Ноттингема и Шеффилда (Великобритания), семинарах по алгебраической геометрии университетов Цюриха и Базеля (Швейцария), семинаре по алгебраической геометрии Центра базовой науки (Поханг, Южная Корея), а также на многочисленных международных конференциях.

Диссертация является законченным научным исследованием высокого уровня. Она написана довольно тщательно. Вместе с тем допущена ошибка в написании отчества диссертанта на титульном листе диссертации. Определение 1.3.2 сильной жордановости следовало бы поместить сразу за определением жордановости. Эти незначительные погрешности не влияют на общую высокую оценку диссертации.

Материалы диссертации могут быть использованы в исследованиях

по алгебраической геометрии, проводимых в МИРАН, МГУ, ВШЭ, СПбГУ.

В диссертации решены важные актуальные задачи алгебраической геометрии, продемонстрирован высокий уровень владения современными и классическими методами алгебраической геометрии. Достоверность полученных в диссертации теорем обеспечивается строгими подробными доказательствами и не вызывает сомнений. Основные результаты являются новыми и своевременно опубликованы в 15 работах (12 статей с соавторами), из них 15 в изданиях из перечня ВАК. Автореферат правильно отражает содержание работы.

Считаю, что диссертационная работа отвечает требованиям ВАК "О порядке присуждения ученых степеней", а ее автор Шрамов Константин Александрович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры "Функциональный анализ и его приложения"
Института прикладной математики, физики и информатики
ФГБОУ ВО "Владимирский государственный университет имени
Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых"
шифр специальности 01.01.06

Танкеев Сергей Геннадьевич

7 декабря 2020 года

Россия, 600000, г. Владимир,
улица Горького, 87, ВлГУ
рабочий телефон: 8(4922)479900
электронная почта: tankeev@vlsu.ru

Подпись официального оппонента
С.Г.Танкеева удостоверяю
Ученый секретарь ВлГУ

Коннова Татьяна Григорьевна