ОТЗЫВ

официального оппонента Шабата Георгия Борисовича

на диссертацию К.А. Шрамова "Конечные группы автоморфизмов алгебраических и комплексных многообразий" представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по научной специальности 01.01.06 – алгебра, математическая логика, алгебра и теория чисел.

Проблема классификации и описания групп автоморфизмов различных геометрических объектов является одной из центральных проблем соответствующих геометрических теорий. В настоящее время, однако, мы часто весьма далеки от полного понимания этих групп даже во вполне сформировавшихся теориях – например, в классической алгебраической геометрии; возникающие группы автоморфизмов далеко не всегда принадлежат какому-то заранее определённому классу (в отличие от, например, групп биголоморфных автоморфизмов некоторых классов комплексных многообразий, которые, согласно теории А. Картана и её обобщениям, являются конечномерными группами Ли). Кроме того, регулярно возникают новые геометрические теории – в частности, уже несколько столетий расширяется предмет изучения алгебраической геометрии. Поэтому, хотя формально вопрос о автоморфизмах корректно поставлен в любой категории, получение содержательных классификационных результатов требует существенных ограничений.

Полностью освоенный случай кривых лишь частично формирует интуицию – группы автоморфизмов многообразий *общего типа* имеют тенденцию быть конечными. Однако в высших размерностях класс многообразий не общего типа весьма обширен и, кроме того, возникают интереснейшие группы *бирациональных* автоморфизмов.

Рассмотрение *конечных* подгрупп полных групп автоморфизмов многообразий является одним из естественных ограничений; известные на сегодняшний день результаты, которые накапливались, начиная с 19-го века, красивы, разнообразны и содержательны (например, такова теория *инволюций* в группах Кремоны). Именно этим подгруппам, в основном в размерности 2, посвящена диссертация К.А. Шрамова.

Как уже было отмечено, у диссертанта были многочисленные предшественники, среди которых нередки выдающиеся математики. Например, важные результаты, касающиеся группы Кремоны, получены представителями московской школы алгебраической геометрии, в том числе её основателем И.Р. Шафаревичем. Однако диссертант во введении справедливо отмечает, что многие результаты – например, полная классификация конечных подгрупп двумерной группы Кремоны, опубликованная И.В. Долгачёвым и В.А. Исковских в 2009 году (в которой систематизированы и уточнены классические формулировки) – представляют собой трудно обозримые списки, и формулирует собственную установку: сосредоточиться на более концептуальных результатах. В диссертации рассматриваются два свойства конечных подгрупп произвольной группы: *жордановость*[1], заключающаяся в существовании у любой конечной подгруппы меньшей *коммутативной* подгруппы ограниченного сверху индекса[2], и *оценка порядка* конечных подгрупп (автор называет это свойство *иметь ограниченные конечные подгруппы*). Первое из этих свойств неформально интерпретируется как *малая сложность* конечных подгрупп; второе не требует комментарием и, очевидно, следует из конечности *полной группы автоморфизмов*.

Перечислим центральные результаты диссертации.

1. Пусть S – минимальная компактная комплексная поверхность, а $S \to C$ – её плюриканоническое расслоение. Доказано, что тогда образ группы $\mathrm{Aut}(S)$ в $\mathrm{Aut}(C)$ конечен. В качестве приложения этой теоремы получена классификация компактных комплексных поверхностей неотрицательной кодаировской размерности, группы бимероморфных автоморфизмов которых содержат конечные подгруппы как угодно большого порядка.

2. Установлена жордановость группы бирегулярных автоморфизмов произвольной компактной комплексной поверхности.

3. Установлена сильная жордановость групп бимероморфных автоморфизмов компактных комплексных многообразий со структурой $\mathbf{P}^1$-расслоения над комплексным тором – за исключением

[1]Это свойство иногда рассматривается вместе с *сильной жордановостью*, заключающейся в равномерной оценке количества образующих конечных подгрупп.

[2]Этот индекс в дальнейшем будет называться *константой Жордана*.

проективизаций векторных расслоений. Классифицированы трёхмерные алгебраические многообразия, группы бирациональных автоморфизмов которых не жордановы.

4. Доказано, что константа Жордана группы бирациональных автоморфизмов любой нетривиальной поверхности Севери-Брауэра над полем нулевой характеристики равно либо 1 либо 3.

Помимо приведённых результатов, диссертация содержит подробный обзор связанных с её тематикой проблем и утверждений, касающихся более широких классов геометрических объектов; упоминаются многообразия над полями положительной характеристики, группы диффеоморфизмов, симплектоморфизмов и т. д. Библиография обширна; весьма интересными и необычными являются упоминания русскоязычных работ геометров конца 19 и начала 20 веков.

В диссертации используются разнообразные методы алгебраической геометрии (особенно теории минимальных моделей), теории компактных комплексных поверхностей, теории групп и теории центральных простых алгебр. Основные результаты дают концептуально новый взгляд на группы автоморфизмов геометрических объектов.

Все приведенные результаты диссертации являются новыми. Они тщательно обоснованы, доложены на многочисленных международных конференциях и своевременно опубликованы в известных изданиях.

В целом диссертация является законченным и профессионально зрелым произведением, вносящим значительный вклад в актуальный раздел современной математики, в котором работают весьма многие сильные специалисты. Автор выработал собственный стиль исследований, в котором на основе прекрасного знания классической и современной литературы разрабатываются собственные теории, и при этом широко используются известные классификационные результаты.

Диссертация оформлена аккуратно и логически безупречно. Претензии к ней несущественны; так, предложение 3.5.3 выиграло бы от явного указания константы, существование которой в нём утверждается, а конечные группы, названные *интересными* в примерах 5.5, вероятно, могли бы быть как-то охарактеризованы. Имеются незначительные стилистические претензии: диссертация начинается с не очень удачного выражения *поведение... бесконечных*

групп на уровне конечных подгрупп, а на стр. 50 три утверждения начинаются со слова "отметим".

Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Исходя из вышесказанного, я считаю, что диссертация К.А. Шрамова соответствует паспорту научной специальности 01.01.06 – алгебра, логика и теория чисел, отвечает требованиям пп. 9-14 Положения о присуждении учёных степеней, утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. N 842, а её автор заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук
(специальность – 01.01.06)
профессор кафедры математики,
логики и интеллектуальных систем
в гуманитарной сфере отделения
интеллектуальных систем в гуманитарной сфере ФГБОУ
"Российский Государственный Гуманитарный Университет"

8 февраля 2021

Г.Б.Шабат
Москва 125993, Миусская пл.
д. 6, корп. 2, каб. 213
8(495) 250 63 29
e-mail: shabat@mccme.ru

Первый проректор-
проректор по научной работе
О.В. Павленко